

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ИТОГИ НАУКИ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
НАУКИ

1

ИЗДАТЕЛЬСТВО
АКАДЕМИИ НАУК СССР
МОСКВА
1 9 5 8

501
И931

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

Н.А.ФУКС

ИСПАРЕНИЕ
И РОСТ КАПЕЛЬ
В ГАЗООБРАЗНОЙ
СРЕДЕ

372342

ИЗДАТЕЛЬСТВО
АКАДЕМИИ НАУК СССР
МОСКВА
1 9 5 8

Изложены и критически разобраны результаты теоретических и экспериментальных работ по испарению и росту капель в газообразной среде. Особое внимание уделено вопросу о согласии между теорией и опытными данными.

Ответственный редактор
член-корреспондент АН СССР
И. В. ПЕТРЯНОВ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Испарение капель жидкости в газообразной среде и обратный процесс роста капель в среде, содержащей пересыщенный пар жидкости, играют большую роль в жизни природы и в человеческой деятельности. Достаточно вспомнить, что кругооборот воды в природе проходит через стадию конденсации водяного пара на содержащихся в атмосфере гигроскопических частицах (ядрах конденсации) с образованием облачных капель, причем значительная часть этих ядер образуется в результате испарения брызг морской воды; напомним также, что при выпадении дождя происходит испарение падающих дождевых капель и нередко они не успевают достигнуть земли. В технике мы наблюдаем испарение капель горючего в двигателях внутреннего сгорания, при распылительной сушке вязких растворов и охлаждении горячих газов распыленной водой. Конденсационные туманы образуются при охлаждении газообразных продуктов сгорания, выходящих из дымовых труб и моторов самолетов, в процессе конденсации атмосферной влаги на капельках серной кислоты на сернокислотных заводах или фосфорной кислоты при создании оптических завес путем сжигания фосфора. Конденсационного происхождения большинство частиц в облаке, образующемся при взрыве атомной бомбы. Конденсация паров на газовых ион давно уже служит важнейшим средством исследования в атомной физике. Следует также упомянуть о том, что процессы адсорбции и абсорбции газов на твердых и жидких аэрозольных частицах во многих случаях весьма сходны с процессом конденсации пара на каплях и описываются теми же уравнениями.

Хотя число публикуемых статей по испарению и росту капель довольно велико, ни в советской, ни в зарубежной литературе

до сего времени не появлялось сколько-нибудь полного изложения современного состояния вопроса. Цель настоящего обзора — в какой-то мере восполнить этот пробел. При этом мы ограничимся исследованием случая испарения капель чистых жидкостей, т. е. не будем касаться испарения капель растворов, и оставим без рассмотрения термодинамическую сторону процесса, т. е. вопрос о давлении пара капель, так как для капель тех размеров, с которыми приходится иметь дело на практике, применимость формулы Кельвина не вызывает сомнений. Таким образом, обзор посвящен лишь кинетике испарения и роста капель чистых жидкостей.

В реальных условиях рассматриваемое явление очень сложно: сразу испаряется множество капель; процесс имеет нестационарный характер и протекает в среде с неравномерной температурой и концентрацией пара; капли неравномерно движутся по отношению к среде и в большей или меньшей степени деформируются, а внутри них возникает циркуляция; теплообмен между каплями и средой осуществляется тремя различными механизмами (теплопроводностью, конвекцией и радиацией). Поэтому теория явления очень сложна и при ее построении необходимо ввести ряд упрощающих предположений; приходится начинать с сильно идеализированной модели процесса, а затем уже вводить в полученные уравнения поправки, учитывающие влияние различных исключенных из рассмотрения факторов. Аналогично поступают и при экспериментальном изучении вопроса, проводя измерения в условиях, в которых влияние некоторых из усложняющих факторов может быть исключено.

Следуя этому пути, мы большую часть обзора посвятили квазистационарному режиму испарения капель (и теплопередачи к ним), при котором скорость процесса в каждый момент времени равна скорости стационарного процесса с граничными условиями, существующими в этот момент. Как показано в гл. III, нестационарные процессы испарения и теплопередачи можно во многих случаях с хорошим приближением считать квазистационарными.

В гл. I рассмотрен простейший случай испарения капель, неподвижных по отношению к среде, когда исключено влияние гидродинамического фактора. Хотя, строго говоря, этот случай на практике никогда не осуществляется, однако для достаточно

мелких капель их движение не отражается на скорости испарения и поэтому все сказанное в гл. I остается справедливым по отношению к таким каплям. Гл. II посвящена квазистационарному испарению капель в газовом потоке, т. е. капель, движущихся по отношению к среде. В гл. III рассмотрен ряд случаев нестационарного испарения капель.

Следует заметить, что экспериментальное изучение испарения капель несколько отстает от теоретического: в частности, полностью отсутствуют измерения в нестационарной области. С другой стороны, многие формулы для нестационарного процесса получены с помощью различных упрощений и не могут считаться надежными без экспериментальной проверки. По этой причине мы стремились возможно полнее отразить в обзоре все опубликованные экспериментальные работы по испарению капель, из теоретических же работ рассматриваются главным образом те работы, результаты которых можно сравнить с опытными данными.

ВАЖНЕЙШИЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

a — радиус нити	r — радиус капли
b — радиус сферического сосуда	R — газовая постоянная
c — концентрация пара ($г \cdot см^{-3}$)	S — поверхность капли
c_0 — концентрация равновесного с каплей пара	t — температура ($^{\circ}C$)
c_{∞} — концентрация пара на бесконечно большом расстоянии от капли	T — абсолютная температура
C — удельная теплоемкость	T_0 — абсолютная температура поверхности капли
D — коэффициент диффузии	T_{∞} — абсолютная температура на бесконечно большом расстоянии от капли
I — скорость испарения капли ($г \cdot сек^{-1}$)	U — относительная скорость капли и среды
I_0 — скорость испарения капли по формуле Максвелла	α — коэффициент испарения (конденсации)
I_f — скорость испарения капли в потоке	γ — плотность капли
l — средняя длина свободного пути молекул пара	χ — коэффициент теплопроводности газа
L — удельная теплота испарения	χ — коэффициент температуропроводности газа
m — масса капли	ρ — расстояние от центра капли
M — молекулярный вес	φ — полярный угол
p — парциальное давление пара	θ — время
P — полное давление газообразной фазы	θ_0 — продолжительность жизни капли
Q — скорость притока тепла к капле ($кал \cdot сек^{-1}$)	ν — кинематическая вязкость газа

ГЛАВА I

КВАЗИСТАЦИОНАРНОЕ ИСПАРЕНИЕ И РОСТ КАПЕЛЬ, НЕПОДВИЖНЫХ ПО ОТНОШЕНИЮ К СРЕДЕ

§ 1. ФОРМУЛА МАКСВЕЛЛА

Основоположником теории испарения капель в газообразной среде был Максвелл. В статье «Диффузия», написанной в 1877 г. для Британской Энциклопедии, под подзаголовком «Теория термометра со смоченным шариком» [1] Максвелл рассмотрел простейший случай стационарного испарения сферической капли, неподвижной по отношению к бесконечно протяженной однородной среде. При этом Максвелл принял, что концентрация пара у поверхности капли равна равновесной концентрации c_0 (т. е. в случае не очень мелких капель концентрации насыщенного при температуре капли пара). Как будет показано в § 5, это предположение справедливо при радиусе капли, значительно превышающем среднюю длину свободного пути молекул пара.

В случае стационарного испарения диффузионный поток пара вещества капли через любую концентрическую с каплей сферическую поверхность с радиусом ρ есть величина постоянная, выражаемая уравнением

$$I = -4\pi\rho^2 \frac{dc}{d\rho} D \quad г \cdot сек^{-1}, \quad (1.1)$$

где D — коэффициент диффузии пара, c — его концентрация ($г \cdot см^{-3}$).

Интегрирование уравнения (1.1) дает

$$c = \frac{I}{4\pi\rho D} + \text{const.} \quad (1.2)$$

Если обозначить через c_{∞} концентрацию пара на бесконечно

большом расстоянии от капли, то имеем следующие граничные условия:

$$c = c_{\infty} \text{ при } \rho = \infty \quad (1.3)$$

и, согласно упомянутому выше предположению,

$$c = c_0 \text{ при } \rho = r, \quad (1.4)$$

где r — радиус капли.

Из условий (1.3) следует:

$$c - c_{\infty} = \frac{I}{4\pi\rho D}. \quad (1.5)$$

Подстановка условия (1.4) приводит к формуле Максвелла:

$$I = I_0 = 4\pi r D (c_0 - c_{\infty}). \quad (1.6)$$

Таким образом, скорость испарения капель при соблюдении условия (1.4) полностью определяется скоростью диффузии пара в окружающей среде, т. е. мы имеем здесь чисто диффузионный режим испарения. Из формулы (1.6) следует, что в рассматриваемом случае скорость испарения капель в газообразной среде пропорциональна не поверхности капли, как при испарении в вакууме (т. е. при чисто кинетическом режиме испарения), а радиусу капли.

Из формул (1.5) и (1.6) следует далее:

$$c - c_{\infty} = \frac{r}{\rho} (c_0 - c_{\infty}), \quad (1.7)$$

$$\frac{dc}{d\rho} = -\frac{r}{\rho^2} (c_0 - c_{\infty}), \quad (1.8)$$

а в случае $c_{\infty} = 0$

$$c = \frac{rc_0}{\rho}, \quad (1.9)$$

$$\frac{dc}{d\rho} = -\frac{rc_0}{\rho^2} = -\frac{c}{\rho}. \quad (1.10)$$

Эти формулы нам понадобятся ниже.

Сам Максвелл исходил в выводе формулы (1.6) из математической аналогии между теорией стационарного испарения и теорией потенциала (роль потенциала в теории испарения играет концентрация пара). Эта аналогия обусловлена тем, что основное дифференциальное уравнение Фика — Лапласа имеет в обоих случаях вид

$$\Delta c = 0 \quad (1.11)$$

(Δ — оператор Лапласа), испаряющиеся же или поглощающие тела, у поверхности которых концентрация пара имеет постоянное определенное значение, эквивалентны проводникам в теории потенциала. К этой аналогии мы вернемся ниже. Общеизвестна также полная аналогия между явлениями диффузии и теплопроводности, позволяющая при решении некоторых проблем теории испарения капель использовать хорошо разработанный математический аппарат теории теплопроводности.

Если принять, что пар вещества подчиняется законам идеальных газов, и выразить концентрацию через парциальное давление пара p :

$$c = \frac{pM}{RT}, \quad (1.12)$$

то формула Максвелла примет вид

$$I = \frac{4\pi r D M (p_0 - p_{\infty})}{RT}, \quad (1.13)$$

где M — молекулярный вес испаряющегося вещества в газообразном состоянии. При этом, если выражать давление в мм рт. ст., а концентрацию в г·см⁻³, для газовой постоянной надо взять значение $R = 82,05 \cdot 760 = 62360$ см³·мм рт. ст.·град.⁻¹·моль⁻¹.

Строго говоря, испарение капель не может быть стационарным процессом, так как радиус капель, а следовательно, и скорость испарения непрерывно уменьшаются. Однако, как показано в §14, при соблюдении условия $c_0 \ll \gamma$ (γ — плотность капли) можно считать испарение квазистационарным, т. е. принять, что скорость испарения в каждый данный момент выражается формулой (1.6). Так как по смыслу величины I

$$I = -\frac{dm}{d\theta}, \quad (1.14)$$

где θ — время, а $m = \frac{4}{3}\pi r^3 \gamma$ — масса капли, формулу (1.6) можно представить в виде

$$-\frac{dr^2}{d\theta} = \frac{2D}{\gamma} (c_0 - c_{\infty}) \quad (1.15)$$

или в виде

$$-\frac{dS}{d\theta} = \frac{8\pi D}{\gamma} (c_0 - c_{\infty}), \quad (1.16)$$

где $S = 4\pi r^2$ — поверхность капли.

Интегрирование этих уравнений дает

$$r_0^2 - r^2 = \frac{2D}{\gamma} (c_0 - c_\infty) \theta, \quad (1.17)$$

$$S_0 - S = \frac{8\pi D}{\gamma} (c_0 - c_\infty) \theta, \quad (1.18)$$

где r_0 и S_0 — радиус и поверхность капли в начальный момент. Таким образом, поверхность капли есть линейная функция времени. Следует заметить, что формула Максвелла является частным случаем более общей, выведенной В. Срезневским [2] из принципа подобия теоремы: скорость испарения подобных тел в газообразной среде пропорциональна их линейным размерам.

Подчеркнем, что формула Максвелла и все остальные приведенные выше формулы в равной степени относятся и к испарению и к конденсации пара на каплях.

Своеобразный характер имеет кинетика испарения мелких капель в атмосфере, насыщенной паром жидкости, за счет повышенного давления капелек (Нестле [3]). В этом случае, согласно уравнению Кельвина,

$$\frac{p_r - p_\infty}{p_\infty} = \frac{c_r - c_\infty}{c_\infty} = \frac{2\sigma M}{\gamma r RT}, \quad (1.19)$$

где σ — поверхностное натяжение жидкости, а индексы r и ∞ относятся к пару, равновесному по отношению к капле с радиусом r и к плоской поверхности жидкости. С другой стороны, если вдали от капли концентрация пара равна c_∞ , то, согласно формуле (1.7), если пренебречь скачком концентрации у поверхности капли (§ 5),

$$c = c_\infty + (c_r - c_\infty) \frac{r}{\rho} = c_\infty \left(1 + \frac{2\sigma M}{\gamma \rho RT} \right), \quad (1.20)$$

т. е. поле концентраций остается постоянным при испарении капли, и мы имеем здесь единственный случай вполне стационарного испарения. Скорость испарения тоже постоянна и выражается формулой

$$I = -4\pi r^2 D \frac{dc}{d\rho_{\rho=r}} = \frac{8\pi c_\infty \sigma MD}{\gamma RT}. \quad (1.21)$$

§ 2. ВЛИЯНИЕ СТЕФАНОВСКОГО ТЕЧЕНИЯ НА СКОРОСТЬ ИСПАРЕНИЯ

Как указал впервые Стефан [4], вблизи поверхности испаряющегося тела должно существовать гидродинамическое течение газообразной среды, направленное от поверхности. Причина этого течения заключается в том, что для сохранения постоянства полного давления в среде наряду с градиентом парциального давления пара должен существовать равный и противоположно направленный градиент парциального давления остальных компонентов среды, которые мы назовем просто «газом». Вследствие наличия второго градиента газ диффундирует к поверхности, но ввиду непроницаемости последней полный поток газа к ней должен равняться нулю. Отсюда следует существование гидродинамического потока среды, компенсирующего диффузию газа. Из сказанного вытекает, что скорость этого течения U определяется уравнением

$$D' \frac{dc'}{d\rho} = Uc', \quad (2.1)$$

где c' — концентрация и D' — коэффициент диффузии газа. Как указано, $dp'/d\rho = -dp/d\rho$ (p' — парциальное давление газа) или, переходя к концентрациям, $Mdc'/d\rho = -M'dc/d\rho$, где M' — молекулярный вес газа. Кроме того, как известно, $D = D'$. Таким образом,

$$U = - \frac{DM' dc}{Mc' d\rho}. \quad (2.2)$$

Так как полный поток пара складывается из диффузионного и гидродинамического потоков, то вместо уравнения (1.1) он выразится уравнением:

$$I = -4\pi \rho^2 \left(D \frac{dc}{d\rho} - cU \right) = -4\pi \rho^2 D \frac{dc}{d\rho} \left(1 + \frac{cM'}{c'M} \right) = - \frac{4\pi \rho^2 D c_s}{c_s - c/M} \frac{dc}{d\rho}, \quad (2.3)$$

где через c_s обозначена постоянная суммарная молярная концентрация среды ($c/M + c'/M'$).

Тем же путем, каким из уравнения (1.1) получена формула Максвелла, из уравнения (2.3) можно найти

$$I = - \frac{4\pi Drc_s}{M} \left[\ln \left(1 - \frac{c_0}{Mc_s} \right) - \ln \left(1 - \frac{c_\infty}{Mc_s} \right) \right]. \quad (2.4)$$

Разлагая в ряд логарифмы и беря первые два члена, получим

$$I \approx I_0 \left(1 + \frac{c_0 + c_\infty}{2c_s M} \right) = I_0 \left(1 + \frac{p_0 + p_\infty}{2P} \right), \quad (2.5)$$

где I_0 — скорость испарения по Максвеллу, P — полное давление среды.

Выражаемая формулой (2.5) поправка на эффект стефановского течения имеет таким образом значение лишь при не очень малой величине отношения p_0/P . Для водяных капель при 20° и атмосферном давлении поправка эта немного более 1%.

Упомянем о том, что стефановское течение можно наблюдать непосредственно [5], так как благодаря ему мелкие аэрозольные частицы отталкиваются испаряющимися и притягиваются растущими каплями.

§ 3. ИСПАРЕНИЕ КАПЕЛЬ В СОСУДЕ С ПОГЛОЩАЮЩИМИ СТЕНКАМИ

Для экспериментального изучения испарения капель существенное значение имеет случай испарения в замкнутом сосуде с поглощающими стенками, у которых поддерживается постоянная концентрация пара c_b . В простейшем случае сферического сосуда с радиусом b , в центре которого находится капля, можно повторить вывод § 1 с заменой граничного условия (1.3) условием

$$c = c_b \text{ при } r = b. \quad (3.1)$$

Тогда вместо (1.5) мы получим

$$c - c_b = \frac{I}{4\pi D} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{b} \right), \quad (3.2)$$

а вместо формулы Максвелла будем иметь

$$I = \frac{4\pi D (c_0 - c_b)}{\frac{1}{r} - \frac{1}{b}} = \frac{I_0}{1 - \frac{r}{b}}. \quad (3.3)$$

Распределение же концентраций выразится формулой

$$c - c_b = \frac{r(b-r)(c_0 - c_b)}{b(b-r)}. \quad (3.4)$$

В этом случае линейной функцией времени будет уже не поверхность капли S , а $S - S^{1/2}/3b\pi^{1/2}$ и вместо (1.17) следует пользоваться формулой

$$(S_0 - S_0^{1/2}/3b\pi^{1/2}) - (S - S^{1/2}/3b\pi^{1/2}) = \frac{8\pi D}{\gamma} (c_0 - c_b) t. \quad (3.5)$$

Испарение в сосуде с непоглощающими стенками рассматривается в § 14. Здесь же мы разберем еще случай испарения капли, лежащей на бесконечно протяженной плоской стенке и имеющей форму полушария. Поле концентраций в этом случае не отличается от поля вокруг свободной сферической капли, уравнения (1.2) и (1.5) остаются в силе, в формуле же Максвелла следует лишь заменить коэффициент 4π на 2π . Уравнение (1.15) также остается в силе, т. е. скорость испарения с 1 см^2 поверхности лежащей на стенке полушарообразной капли такая же, как у свободной капли с тем же радиусом.

К капле, имеющей форму шарового сегмента, отличного от полушария, эти выводы уже неприменимы, так как в этом случае нарушается сферическая симметрия процесса диффузии. Пользуясь теоремой Срезневского, можно, впрочем, утверждать следующее: если лежащая на плоскости сферическая капля испаряется так, что форма ее не меняется (для этого необходимо, чтобы оставался постоянным краевой угол между каплей и подкладкой), то скорость испарения (убыли в весе) пропорциональна радиусу капли, а поверхность капли линейно зависит от времени, как в случае свободной капли. Если же при испарении сохраняется основание капли (как в опытах Срезневского, см. стр. 30), т. е. она делается более плоской, то кинетика испарения приобретает более сложный характер.

§ 4. ИСПАРЕНИЕ НЕСФЕРИЧЕСКИХ КАПЕЛЬ

Так как форма капель диаметром 1—2 мм, на которых обычно проводятся измерения скорости испарения, несколько отличается от сферической, то следует рассмотреть также испарение несферических частиц. Кроме того, излагаемая здесь теория применима, конечно, и к испарению твердых частиц, которые могут иметь любую форму. То обстоятельство, что поверхность твердых частиц нередко делается при испарении неровной (на

ней появляются ямки и т. п.), не имеет существенного значения при диффузионном режиме испарения.

В теории испарения несферических частиц целесообразно воспользоваться электростатической аналогией, упомянутой на стр. 10. При этом положим для упрощения $c_\infty = 0$.

Скорость испарения тела произвольной формы выражается уравнением

$$I = -D \int \text{grad } c \cdot dS, \quad (4.1)$$

в котором интеграл берется по всей поверхности тела. Если заменить c через потенциал ψ и учесть, что у поверхности проводника $\text{grad } \psi = -4\pi\sigma$, где σ — поверхностная плотность заряда, то из уравнения (4.1) следует

$$I = 4\pi DQ = 4\pi DC\psi_0 \equiv 4\pi DC_e c_0, \quad (4.2)$$

где Q — заряд, C_e — электрическая емкость, а ψ_0 — потенциал проводника. Таким образом, вопрос об испарении тел различной формы сводится к определению емкости соответствующих проводников.

Для шара $C_e = r$, и мы получаем формулу (1.6).

Практическое значение имеет вопрос об испарении вытянутых эллипсоидов вращения, так как примерно такую форму нередко принимают капли, подвешенные на тонких нитях. Для вытянутого эллипсоида вращения с длинной полуосью a и короткими b [6]

$$I = \frac{4\pi Dc_0 V \sqrt{a^2 - b^2}}{\ln \frac{a + \sqrt{a^2 - b^2}}{b}}. \quad (4.3)$$

При $a \gg b$, т. е. для эллипсоидальной иглы,

$$I \approx \frac{4\pi Dc_0 a}{\ln \frac{2a}{b}}. \quad (4.4)$$

Для сплюснутого эллипсоида вращения с длинными полуосями a и короткой b

$$I = \frac{4\pi Dc_0 V \sqrt{a^2 - b^2}}{\arccos b/a}. \quad (4.5)$$

Для круглой бесконечно тонкой пластинки с радиусом a

$$I \approx 8Dc_0 a. \quad (4.6)$$

При помощи формулы (4.3) легко рассчитать, что эллипсоид с отношением осей 2 : 1 испаряется на $\sim 4\%$, а при отношении 1,5 : 1 на $\sim 2\%$ скорее, чем шар того же объема. Таким образом, сравнительно небольшие искажения формы капли не отражаются существенно на скорости испарения.

§ 5. ВЛИЯНИЕ СКАЧКА КОНЦЕНТРАЦИИ У ПОВЕРХНОСТИ КАПЛИ НА СКОРОСТЬ ИСПАРЕНИЯ

В 1915 г. Ленгмюром [7] было указано на существование скачка концентрации пара у поверхности испаряющейся капли, аналогичного известным скачкам температуры и тангенциальной скорости. Выражение для соответствующей поправки к формуле Максвелла было впервые выведено Шефером в 1932 г. [8].

Как показывают теоретические расчеты [9] и непосредственные измерения [10], градиент температуры резко возрастает по мере приближения к нагретой или охлажденной стенке (начиная с расстояния порядка средней длины свободного пути газовых молекул l) и достигает величины, значительно превышающей «нормальную» величину градиента, рассчитанную по уравнению теплопроводности. Ввиду сходства явлений теплопроводности и диффузии в газах сказанное выше несомненно справедливо и по отношению к градиенту концентрации пара вблизи поверхности испарения. Поэтому в первом приближении влияние концентрационного скачка на скорость испарения можно считать, приняв, что уравнение Фика и вытекающее из него уравнение (1.10) применимы лишь на расстоянии свыше $\Delta \approx l$ от поверхности капли, а в пристенном слое толщиной Δ обмен молекулами пара происходит беспрепятственно, как в вакууме [11]. Скорость испарения капли в вакууме равна $4\pi r^2 c_0 v \alpha$, где $v = (kT/2\pi m)^{1/2}$ — четвертая часть средней абсолютной скорости молекул пара, α — коэффициент испарения жидкости, который мы примем равным коэффициенту конденсации пара. Скорость конденсации пара на капле равна $4\pi r^2 c_1 v \alpha$, где c_1 — концентрация пара на расстоянии Δ от капли. В правильности этого

выражения можно убедиться, рассматривая обмен молекулами при равновесии, т. е. при $c_0 = c_1$. Таким образом, результирующая (наблюдаемая) скорость испарения равна

$$I = 4\pi r^2 (c_0 - c_1) \alpha. \quad (5.1)$$

Эта скорость равна скорости отвода пара в окружающее пространство путем диффузии

$$I = -4\pi r^2 D \frac{dc}{d\rho}. \quad (5.2)$$

Согласно нашему предположению, уравнение (1.10) справедливо при $\rho \gg r + \Delta$, т. е. мы получаем граничное условие

$$\frac{dc}{d\rho_{\rho=r+\Delta}} = -\frac{c}{\rho_{\rho=r+\Delta}} = -\frac{c_1}{r+\Delta}, \quad (5.3)$$

и уравнение (5.2) переходит в следующее:

$$I = 4\pi (r + \Delta) D c_1. \quad (5.4)$$

Из уравнений (5.1) и (5.4) следует

$$c_1 = r^2 c_0 \alpha / [r^2 \alpha + (r + \Delta) D], \quad (5.5)$$

$$I = \frac{I_0}{D/r\alpha + r/(r+\Delta)} = \frac{I_0}{1 - \beta l / (r + \beta l) + D/r\alpha}, \quad (5.6)$$

где I_0 — скорость испарения по формуле Максвелла; о значении β см. ниже.

В первом приближении можно принять, что Δ равно среднему расстоянию от поверхности капли, на котором испаряющиеся молекулы испытывают первое столкновение с другими молекулами. В этом случае l варьирует в пределах от $2/3$ при $r \gg l$ до 1 при $r < l$. Это предположение было бы верным, если градиент концентрации принимал бы «нормальное» значение, выражаемое уравнением (1.10), на расстоянии l от поверхности. В действительности, насколько можно судить по данным для температурного скачка [10], «нормальное» значение градиента достигается лишь на расстоянии, в несколько раз превышающем l , и, следовательно, на расстоянии l градиент несколько больше «нормального». Отсюда следует, что формула (5.6) с $\Delta = l$ дает несколько уменьшенное значение для диффузионного потока; для получе-

ния правильной величины I следует принять $\Delta = \beta l$, $\beta \gg 1$. Заметим, что такая же схема расчета принята в некоторых работах по температурному скачку у поверхности нагретой проволоки [12, 13].

В случае $\lambda \gg r$ из формул (5.1) и (5.5) получаем, полагая $D = \theta l v$ (θ числовой коэффициент),

$$I \approx \frac{4\pi r^2 c_0 \alpha}{1 + r^2 \alpha / \beta l D} = \frac{I_0'}{1 + \alpha r^2 / \theta \beta l^2}, \quad (5.7)$$

где I_0' — скорость испарения капли в вакууме.

Недостатком приведенных выше расчетов является неопределенность коэффициента β . Исходя из развитой Энскогом [14] теории диффузии в газах, Мончик и Рейсс [15] получили в качестве приближения первого порядка следующее выражение для скорости испарения капли [вместо (5.1)]:

$$I = 4\pi r^2 \alpha \left[(c_0 - c') v + \frac{D}{2} \frac{dc}{d\rho_{\rho=r}} \right], \quad (5.8)$$

где c' — концентрация пара у поверхности капли. Приравняв I скорости диффузионного отвода пара $-4\pi r^2 D \cdot dc/d\rho$ и полагая, что уравнение (1.10) применимо вплоть до самой поверхности капли, т. е. принимая граничное условие

$$\frac{dc}{d\rho_{\rho=r}} = -\frac{c'}{r}, \quad (5.9)$$

Мончик и Рейсс получили формулу

$$I = \frac{I_0}{1 + D(1 - \alpha/2)/r\alpha v} = \frac{4\pi r^2 \alpha v c_0}{(1 - \alpha/2)[1 + \alpha v r / (1 - \alpha/2) D]}. \quad (5.10)$$

При $l \gg r$ эта формула переходит в $I = I_0'(1 - \alpha/2)$, т. е. приводит к неправильному выражению для скорости испарения в вакууме. Авторы объясняют это тем, что в выводе было использовано лишь приближение первого порядка теории Энскога. Однако как указал Фресслинг [16], уравнение (5.8) можно вывести из известного выражения для скорости переноса вещества при диффузии в газах $c v - \frac{2}{3} l v \cdot dc/d\rho$, если заменить в нем $\frac{2}{3} l v$ на $D/2$ согласно Мейеровской формуле для коэффициента диффузии. В действительности ошибка в выводе формулы (5.10)

заключается в применении неправильного граничного условия (5.9).

Ряд авторов [13, 17—19] исходят из неправильного выражения $I = 4\pi r^2 \alpha v (c_0 - c')$ для скорости испарения капли и из неправильного граничного условия (5.9). Получаемая при этом формула

$$I = \frac{I_0}{1 + D/rva} = \frac{4\pi r^2 v \alpha c_0}{1 + rva/D} = \frac{I'_0}{1 + \alpha r/\beta l} \quad (5.11)$$

приводит, правда, к правильному выражению для скорости испарения в вакууме, однако легко убедиться в ее ошибочности при больших, но конечных значениях l/r . Для этого следует учесть, что члены $\alpha r^2/\beta l^2$ и $\alpha r/\beta l$ в формулах (5.7) и (5.11), которые можно записать в виде $I \approx I'_0(1 - \alpha r^2/\beta l^2)$ и $I \approx I'_0(1 - \alpha r/\beta l)$, выражают, очевидно, вероятность того, что испарившаяся молекула сконденсируется снова, не успев отдиффундировать от капли. Вероятность того, что отлетевшая на расстояние l от капли молекула достигнет ее при следующем «прыжке» длиной l и сконденсируется, равна, как нетрудно убедиться, $\alpha r^2/4l^2$. Выражение же вида $\alpha r/\beta l$ мы получили бы, если вычисляли бы вероятность для той же отлетевшей молекулы достигнуть капли и сконденсироваться путем диффузии. Между тем характер движения молекулы в обоих направлениях должен быть одинаковым.

Вопрос о том, какие из приведенных здесь формул (5.6), (5.10) или (5.11) лучше согласуются с опытными данными, обсуждается в § 9. Здесь же отметим только, что из всех этих формул следует, что при малых значениях l/r поправка к формуле Максвелла имеет величину порядка l/r . Особенно велика поправка в случае воды, глицерина и других веществ с малыми коэффициентами испарения. Основной поправочный член для таких веществ равен (точно или приблизительно) D/rva по всем приведенным здесь формулам. По мере возрастания отношения l/r диффузионный режим испарения постепенно сменяется на кинетический и при больших l/r диффузия перестает играть роль в процессе испарения капель.

Для теории устойчивости туманов в промышленных центрах представляет интерес вопрос о скорости испарения водяных

капель, покрытых тонкой пленкой какого-нибудь загрязнения. Это явление можно формально рассматривать, как испарение при ничтожной величине коэффициента испарения α (Бредли [20]). Теоретически рассчитанная с учетом скачка концентрации скорость испарения капли воды с радиусом 1μ , имеющей температуру 20° , в сухом воздухе (принимая для чистой воды $\alpha = 0,034$) равна $9,3 \cdot 10^{-10} \text{ г} \cdot \text{сек}^{-1}$. Если вследствие загрязнения поверхности капли α снижается до 10^{-6} , то скорость испарения снизится до $3,2 \cdot 10^{-14} \text{ г} \cdot \text{сек}^{-1}$, т. е. почти в 30 000 раз. При испарении же с плоской поверхности воды при параллельно расположенной на расстоянии b от поверхности поглощающей плоскости мы имеем по аналогии с уравнениями (5.1) и 5.2)

$$v\alpha(c_0 - c_1) = \frac{Dc_1}{b - \Delta}, \quad (5.12)$$

а для скорости испарения с 1 см^2 поверхности

$$\Phi = \frac{Dc_1}{b - \Delta} = \frac{Dc_0}{D/v\alpha + b - \Delta}. \quad (5.13)$$

В этом случае при загрязнении поверхности скорость испарения уменьшится сравнительно немного, например при $b = 10 \text{ см}$ уменьшение будет всего в 2,6 раза. Таким образом, пленки загрязнений замедляют испарение мелких водяных капель гораздо больше, чем испарение из водоемов и т. д. К сожалению, такие опыты с водяными каплями еще никем не ставились.

§ 6. ПОНИЖЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ СВОБОДНЫХ ИСПАРЯЮЩИХСЯ КАПЕЛЬ

В упомянутой в § 1 статье Максвелла выводится также формула для вызванного испарением понижения температуры капли. Если пренебречь переносом тепла за счет конвекции и лучеиспускания, а также зависимостью коэффициента теплопроводности газообразной среды κ от температуры и концентрации пара, т. е. считать κ постоянным, то ввиду аналогии между явлениями теплопроводности и диффузии мы получим для стационарного распределения температуры около сферической капли уравнение, аналогичное (1.7).

$$T_\infty - T = \frac{r}{\rho} (T_\infty - T_0), \quad (6.1)$$

где T_∞ — температура на бесконечно большом расстоянии от капли (температура среды), а T_0 — температура поверхности капли. Для скорости притока тепла к капле из окружающей среды за счет теплопроводности среды получается аналогичная (1.6) формула

$$Q = 4\pi\kappa r (T_\infty - T_0) \text{ кал. сек}^{-1}. \quad (6.2)$$

При стационарном испарении количество притекающего к капле тепла равно количеству тепла, израсходованного на испарение,

$$Q = IL, \quad (6.3)$$

где L — удельная теплота испарения жидкости. Из уравнений (1.6), (6.2) и (6.3) находим

$$T_\infty - T_0 = \frac{LD}{\kappa} (c_0 - c_\infty). \quad (6.4)$$

На основании формулы (1.12)

$$T_\infty - T_0 = \frac{LDM}{R\kappa} \left(\frac{p_0}{T_0} - \frac{p_\infty}{T_\infty} \right) \quad (6.5)$$

или же

$$T_\infty - T_0 = \frac{LDM}{R\kappa\bar{T}} (p_0 - p_\infty), \quad (6.6)$$

где \bar{T} — некоторое среднее значение абсолютной температуры между T_0 и T_∞ . Эти формулы также выведены Максвеллом. Таким образом, при сделанных выше предположениях понижение температуры капли не зависит от ее размера.

В том случае, если размер капли соизмерим со средней длиной свободного пути газовых молекул, в формулу (6.2) и в последующие формулы следует ввести поправку на температурный скачок у поверхности капли, аналогичный скачку концентрации.

При испарении капли в сосуде с поглощающими стенками формула (1.6) заменится на (3.3) и, по аналогии, в формуле (6.2) появится тот же поправочный множитель $(1-r/b)^{-1}$. Поэтому формулы (6.4)—(6.6) применимы и в этом случае.

До сих пор мы не учитывали температурной зависимости коэффициента диффузии пара, считая его постоянным. При больших значениях разности $T_\infty - T_0$, наблюдающихся при испаре-

нии капель летучих жидкостей, такое упрощение следует обосновать. Как известно,

$$D = D_\infty (T/T_\infty)^\mu, \quad (6.7)$$

где D_∞ — значение D при T_∞ . Считая в первом приближении постоянным коэффициент теплопроводности среды, имеем для распределения температур вблизи капли уравнение (6.1), из которого получаем путем дифференцирования

$$\frac{d\rho}{\rho^2} = \frac{dT}{r(T_\infty - T_0)}. \quad (6.8)$$

Интегрирование уравнения (1.1) в пределах r и ∞ дает при переменном D

$$I = \frac{4\pi(c_0 - c_\infty)}{\int_r^\infty \frac{d\rho}{D\rho^2}}. \quad (6.9)$$

Подставляя выражения (6.7) и (6.8) и выполняя интегрирование, получим

$$I = 4\pi D_\infty r (c_0 - c_\infty) \left[\frac{T_\infty^\mu}{T_\infty - T_0} \left(\frac{1}{T_0^{\mu-1}} - \frac{1}{T_\infty^{\mu-1}} \right) \right]^{-1}. \quad (6.10)$$

Обычно показатель μ в формуле (6.7) близок к двум. При $\mu = 2$ выражение в квадратных скобках в формуле (6.10) равно T_∞/T_0 и, следовательно,

$$I = 4\pi r (c_0 - c_\infty) D_\infty \frac{T_0}{T_\infty} = 4\pi r (c_0 - c_\infty) \sqrt{D_0 D_\infty}, \quad (6.11)$$

где D_0 — значение D при температуре поверхности капли.

Как показывают численные расчеты, формула (6.11) соблюдается с большой точностью также при μ , близком к двум, например при значении $\mu = 1,8$, обычно принимаемом для водяного пара. Таким образом, в формуле Максвелла следует брать среднее геометрическое из значений коэффициента диффузии при температурах поверхности капли и окружающей среды. При малой величине $T_\infty - T_0$ можно брать среднее арифметическое $1/2(D_0 + D_\infty)$. Заметим, что при стационарном испарении свободных капель температура должна быть одинаковой

во всех точках капли, так как и приток тепла и поглощение его происходят у поверхности капли. Иначе дело обстоит с подвешенными каплями (см. § 7).

Так как давление пара капли есть известная функция ее температуры

$$p_0 = f(T_0), \quad (6.12)$$

по формуле (6.5) можно рассчитать p_0 при известных условиях испарения, т. е. при заданных значениях p_∞ и T_∞ , а затем вычислить скорость испарения капли по формуле Максвелла. Удобнее всего это делать графическим путем, определяя точку пересечения кривых (6.6) и (6.12) в координатах p_0 , T_0 . При этом полагают в первом приближении $T = T_\infty$. Для получения более точных результатов найденное значение T_0 вставляют в правую часть формулы (6.5) и повторяют построение. Можно также сразу получить точный результат при помощи формулы (6.4), исходя из графика $c_0 = f'(T_0)$.

При небольшой величине разности $T_\infty - T_0$ можно решить эту же задачу алгебраически при помощи уравнения Клаузиуса—Клапейрона [21]. Из формул (1.13) и (6.6) следует:

$$I = \frac{4\pi r \kappa}{L} (T_\infty - T_0). \quad (6.13)$$

Обозначив через p_s давление насыщенного пара при температуре T_∞ , получаем

$$\frac{p_0}{p_s} \approx \exp\left(-\frac{LM}{R} \frac{T_\infty - T_0}{T_\infty^2}\right) = \exp\left(-\frac{IL^2M}{4\pi r R \kappa T_\infty^2}\right). \quad (6.14)$$

Из формулы (1.13) следует, далее,

$$\frac{p_0 - p_\infty}{p_s} \approx \frac{IRT_\infty}{4\pi r D M p_s}. \quad (6.15)$$

Вычитая (6.15) из (6.14), находим

$$\lambda = \frac{p_\infty}{p_s} \approx \frac{c_\infty}{c_s} \approx \exp\left(-\frac{IL^2M}{4\pi r \kappa R T_\infty^2}\right) - \frac{IRT_\infty}{4\pi r D M p_s}. \quad (6.16)$$

Здесь λ — степень насыщения среды ($\lambda < 1$ при испарении, $\lambda > 1$ при росте капель). Так как при малой величине $T_\infty - T_0$

аргумент экспоненциальной функции также мал, разложим эту функцию в ряд и сохраним первые два члена:

$$\lambda \approx 1 - \frac{I}{4\pi r} \left(\frac{L^2 M}{\kappa R T_\infty^2} + \frac{RT_\infty}{D M p_s} \right). \quad (6.17)$$

Отсюда можно вычислить скорость испарения в функции известных величин T_∞ , p_∞ и p_s .

Для дальнейшего нам понадобится несколько другая форма уравнения (6.16). Подставляя в него выражение для I согласно (6.13), заменяя $p_s M / RT_\infty$ на c_s и вводя следующие обозначения для двух основных безразмерных величин:

$$\frac{T_0 - T_\infty}{T_\infty^2} \frac{LM}{R} = Z, \quad (6.18)$$

$$\frac{L^2 M D c_s}{\kappa R T_\infty^2} = \Gamma, \quad (6.19)$$

получаем формулу

$$\lambda = e^Z + \frac{Z}{\Gamma}. \quad (6.20)$$

В изложенном выше не был учтен перенос тепла благодаря лучеиспусканию и вызванной охлаждением капли свободной конвекции среды. Радиационный приток тепла к капле равен

$$Q_1 = 4\pi \alpha r^2 \sigma (T_\infty^4 - T_0^4), \quad (6.21)$$

где σ — константа Стефана — Больцмана, α — коэффициент, несколько меньший единицы; он характеризует отклонение капли от свойств абсолютно черного тела. Отношение Q_1 к потоку тепла, вызванному теплопроводностью, равно

$$Q_1/Q \approx 4\pi \alpha \sigma T_\infty^3 / \kappa. \quad (6.22)$$

Для воздуха при 290°K $\kappa = 2500$ эрг. сек⁻¹. см⁻¹. град⁻¹, $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-5}$ эрг. см⁻². град⁻⁴. сек⁻¹, так что

$$Q_1/Q \approx 2,23 \alpha r. \quad (6.23)$$

Таким образом, для капель с радиусом порядка 0,01 см и ниже лучеиспусканием можно пренебречь. Для капель же по-

рядка 0,1 см при точных расчетах этот эффект следует учитывать (о влиянии свободной конвекции см. стр. 62).

Приведенная здесь теория применима лишь при сравнительно небольших значениях разности $T_\infty - T_0$. В практически весьма важном случае испарения капель горючего при его сгорании, где $T_\infty - T_0$ достигает многих сотен градусов, явление сильно усложняется. Стефановский поток от капли достигает большой скорости и значительно снижает передачу тепла каплям за счет теплопроводности среды. При очень больших градиентах концентрации и температуры диффузия и перенос тепла заметно влияют друг на друга; в частности, возникает термодиффузия, которой мы до сих пор пренебрегали. Коэффициенты диффузии и теплопроводности изменяются по мере удаления от капли в несколько раз и распределение концентраций и температур весьма сильно отличается от распределения максвелловской теории. Таким образом, этот случай требует специального детального анализа, который до сего времени еще не выполнен.

§ 7. Понижение температуры подвешенных испаряющихся капель

Как будет видно из изложенного ниже, наиболее точные измерения скорости испарения капель проведены на сравнительно крупных (порядка 1 мм) каплях, подвешенных на тонких нитях. В этом случае существенное значение имеет перенос тепла по этим нитям, которым большинство авторов безосновательно пренебрегли.

Обозначим через a радиус нити, через b радиус сосуда, в котором производится опыт, через x расстояние от данного поперечного сечения нити до капли, через κ_f теплопроводность материала нити, через τ разность температуры нити и среды. Если принять в первом приближении, что в каждом поперечном сечении нити температура постоянна по всему сечению (оправдание этому предположению приведено ниже), то дифференциальное уравнение стационарного переноса тепла по нити с одновременным притоком тепла от среды к нити принимает простую форму

$$\pi a^2 \kappa_f \frac{d^2 \tau}{dx^2} = \frac{2\pi \tau x}{\ln(b/a)} \quad (7.1)$$

или

$$\frac{d^2 \tau}{dx^2} = \lambda^2 \tau, \quad (7.2)$$

где

$$\lambda^2 = \frac{2x}{\kappa_f a^2 \ln(b/a)}. \quad (7.3)$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$\tau = \tau_0 e^{-\lambda x}, \quad (7.4)$$

где $\tau_0 = T_\infty - T_0$. Для притока тепла к капле через нить мы найдем

$$Q_2 = -\pi a^2 \kappa_f \frac{d\tau}{dx}_{x=0} = \pi a (T_\infty - T_0) \sqrt{\frac{2\kappa_f}{\ln(b/a)}}. \quad (7.5)$$

Отношение Q_2 к основному потоку тепла через газ Q равно

$$Q_2/Q = \frac{a}{4r} \sqrt{\frac{2\kappa_f}{x \ln(b/a)}}. \quad (7.6)$$

Для типичных условий опыта ($r = 0,5$ мм, $a = 25$ м, $b = 2,5$ см, $\kappa = 6 \cdot 10^{-5}$, воздух) в случае нитей из меди ($\kappa_f = 0,9$), константана ($\kappa_f = 0,05$), стекла или кварца ($\kappa_f = 0,002$ кал·сек⁻¹·град⁻¹·см⁻¹) Q_2/Q принимает значения, соответственно, 0,8; 0,19 и 0,04. Отсюда видно, что пренебрегать отводом тепла через нить при испарении капель летучих жидкостей, особенно при подвешивании их на термопаре, ни в коем случае нельзя.

Величина $1/\lambda$, т. е. расстояние от капли, на котором разность температур нити и среды падает в e раз, в указанных трех случаях равно 6; 1,5 и 0,3 мм, т. е. во много раз превосходит радиус нити, что и позволяет применять упрощенное дифференциальное уравнение (7.1).

Отмеченная выше независимость понижения температуры испаряющейся капли от ее размера обусловлена, очевидно, тем обстоятельством, что и скорость испарения и скорость притока тепла от среды к капле пропорциональны ее радиусу. Так как приток тепла через нить согласно формуле (7.5) не зависит от радиуса капли, то при наличии этого притока независимость понижения температуры капли от ее размера нарушается: чем меньше капля, тем меньше и понижение температуры.

Как уже указывалось, при стационарном испарении свободной капли температура внутри и на поверхности капли одинакова. Иное имеет место для капли, подвешенной на нити: в этом случае в прилегающем к нити слое жидкости температура должна быть выше, чем в остальном объеме капли и на ее поверхности.

Неравномерность температуры подвешенных капель существенно отражается и на переносе тепла через нить. Для стеклянных или кварцевых нитей эффект этот, правда, невелик и его можно грубо рассчитать для случая $a \ll r$, принимая поверхность капли за плоскость. В этом случае в формуле (7.5) T_0 означает температуру в точке пересечения нити с поверхностью жидкости. Поток тепла от нити к жидкости выразится аналогичной (7.5) формулой:

$$Q_2' = \pi a (T_0 - T_0^*) \sqrt{\frac{2\kappa_i \kappa_f}{\ln(b'/a)}}, \quad (7.7)$$

где T_0^* — температура основной массы капли, κ_i — теплопроводность жидкости, b' — величина порядка радиуса капли r . Так как в стационарном состоянии $Q_2' = Q_2$ и, как правило, $\kappa_i \gg \kappa_f$, то «внешний» скачок температуры $T_\infty - T_0$ должен заметно превышать скачок внутри капли $T_0 - T_0^*$. Так, для водяных капель в указанных выше условиях ($r = 0,5$ мм, $b = 25$ мм, $a = 25\mu$) $(T_\infty - T_0)/(T_0 - T_0^*) \approx 8$. Поэтому в этом случае неравномерностью температуры в капле можно пренебречь.

Иначе обстоит дело с каплями, подвешенными на спаетермопары с целью измерения их температуры. Помимо заметного уменьшения величины теплового потока от металлических нитей к капле, неравномерность температуры в последней может внести значительную ошибку при определении ее температуры. Величина этой ошибки зависит от ряда факторов — размера и формы спая, интенсивности конвекции в капле и от расположения спая в капле: чем выше расположен спай, тем больше ошибка (при росте капли — наоборот). Так как все эти факторы авторами экспериментальных работ не учитывались и соответствующие данные не приведены, нет смысла останавливаться на детальном разборе вопроса о распределении температуры в подвешенной на термопаре капле. Укажем лишь на связь между величиной теплового потока через термопару и ошибкой при измерении темпе-

ратуры капли. Обозначая через β_1 множитель перед внешним температурным скачком в формуле (7.5), а через β_2 соответствующий множитель перед внутренним скачком $T_0 - T_0^*$ в формуле

$$Q_2' = \beta_2 (T_0 - T_0^*), \quad (7.8)$$

можно написать

$$Q_2' = \beta_1 (T_\infty - T_0) = \beta_2 (T_0 - T_0^*), \quad (7.9)$$

откуда для величины теплового потока следует выражение

$$Q_2 = \frac{\beta_1 \beta_2}{\beta_1 + \beta_2} (T_\infty - T_0^*), \quad (7.10)$$

а для отношения измеренного и действительного понижения температуры капли получаем

$$\frac{T_\infty - T_0}{T_\infty - T_0^*} = \frac{\beta_2}{\beta_1 + \beta_2}. \quad (7.11)$$

К обсуждению этого вопроса мы вернемся в § 8.

§ 8. ОПЫТНЫЕ ДАННЫЕ ПО ИСПАРЕНИЮ НЕПОДВИЖНЫХ КАПЕЛЬ. ОПЫТЫ С ЗАКРЕПЛЕННЫМИ КАПЛЯМИ ПРИ $r \gg l$

Переходя к экспериментальному исследованию испарения капель, заметим, что при сравнении опытных данных с теорией следует учитывать недостаточную надежность табличных значений коэффициентов диффузии различных паров, объясняемую трудностью точного измерения этих коэффициентов. Даже для наиболее изученного водяного пара полученные разными авторами значения различаются на несколько процентов. Некоторые авторы предпочитают даже определять коэффициенты диффузии по скорости испарения капель. Отсюда ясно, что очень точного совпадения найденной из опыта и теоретически вычисленной скорости испарения капель ожидать нельзя.

Кроме того, в большинстве статей отсутствуют существенные данные об условиях проведения измерений. Эти условия, по видимому, считались авторами несущественными, но без них невозможно точное сравнение теории с опытом. Так, очень часто не указывается атмосферное давление, при котором производились измерения. Между тем скорость диффузии пара, а следо-

вательно, и скорость испарения обратно пропорциональна атмосферному давлению. В таких случаях нам приходилось условно принимать, что давление было нормальным, и вполне возможно, что завышенные значения скорости испарения в некоторых работах отчасти вызваны этим обстоятельством.

Первые измерения скорости испарения капель были предприняты В. Срезневским в 1882 г. [2]. Объектом исследования были либо выпуклые мениски на верхнем конце вертикальной трубки диаметром 3 мм, либо капли жидкости, нанесенные на плоскую верхушку вертикальных цилиндрических столбиков диаметром 1,8—3,6 мм так, что капля полностью покрывала верхушку. Скорость испарения измерялась по изменению контура капли, наблюдавшейся через горизонтальный микроскоп с окулярной сеткой. В. Срезневский значительно упростил измерения при помощи следующей выведенной им теоремы: если при испарении лежащей на горизонтальной плоскости сферической капли ее основание остается постоянным, то уменьшение объема капли, деленное на ее свободную поверхность (т. е. скорость испарения с 1 см² поверхности), равно половине скорости опускания верхушки капли. Действительно, объем v и свободная поверхность S шарового сегмента высотой h с радиусом основания r выражаются формулами

$$v = \frac{\pi h}{6} (3r^2 + h^2), \quad (8.1)$$

$$S = \pi (r^2 + h^2). \quad (8.2)$$

Дифференцируя (8.1) по времени, получим

$$\frac{dv}{d\theta} = \frac{\pi}{2} (r^2 + h^2) \frac{dh}{d\theta} = \frac{1}{2} S \frac{dh}{d\theta}. \quad (8.3)$$

Пользуясь этой теоремой, В. Срезневский определил скорость испарения имевших форму полушария капель воды, бензола, эфира, этанола, хлороформа и сероуглерода при разных радиусах столбиков (а следовательно, и капель) r и нашел следующую зависимость:

$$r \frac{dh}{d\theta} = \text{const.} \quad (8.4)$$

Согласно сказанному на стр. 15, скорость испарения с 1 см² поверхности лежащей капли, имеющей форму полушария,—

такая же, как у свободной капли с тем же радиусом кривизны, т. е., согласно формуле Максвелла, обратно пропорциональна радиусу, как это и следует из уравнения (8.4). Нужно заметить, что о работе Максвелла В. Срезневский узнал лишь по окончании своих исследований.

Опыты В. Срезневского по испарению капель при различных температурах показали, что скорость испарения приблизительно пропорциональна давлению пара жидкости. Точной пропорциональности В. Срезневскому не удалось получить, вероятно, потому, что он не учитывал понижения (в его опытах, правда, небольшого) температуры капель.

В 1910 г. Морзе [22] исследовал испарение в воздухе шариков йода, помещенных на чашку микровесов, и нашел, что скорость испарения (убыли в весе) пропорциональна радиусу шариков. Результаты этих опытов были обработаны Ленгмюром [23]. Последний также не знал о статье Максвелла и вновь вывел формулу (1.13), которую поэтому нередко называют формулой Ленгмюра. Из данных Морзе Ленгмюр вычислил по этой формуле коэффициент диффузии паров йода в воздухе при 20°: $D_{20} = 0,053 \text{ см}^2 \cdot \text{сек}^{-1}$; однако он отметил, что вследствие положения шариков в опытах Морзе это значение, по-видимому, сильно занижено.

В лаборатории Уайтлоу-Грея [24] производились опыты с каплями воды, анилина, хинолина, метилсалицилата и n -крезола радиусом 1—2 мм, помещенными на чашку кварцевых микровесов. В случае воды чашка покрывалась тонким слоем сажи для того, чтобы капля не смачивала чашки. Во всех случаях поверхность капли изменялась линейно с временем (рис. 1), хотя объем капли уменьшался в течение опыта примерно в сто раз. Согласно сказанному на стр. 15, можно заключить, что в этих опытах капли испарялись, сохраняя свою форму, и к ним применима теорема Срезневского (см. стр. 12).

В дальнейшем опыты с каплями, помещенными на плоской подложке, были прекращены; вместо этого капли стали подвешивать на тонких нитях, чем было достигнуто значительно лучшее приближение к условиям испарения свободных капель. Этим методом получены наиболее точные и надежные данные по скорости испарения капель как в неподвижной среде, так и в потоке.

Первые измерения по этому методу были поставлены в 1927 г. Топлеем и Уайтлоу-Греем [25] на шариках йода. В этой работе формула Максвелла получила первое полное количественное подтверждение. Шарiki радиусом ~ 1 мм, припаянные к кварцевой нити, подвешивались к кварцевым пружинным весам в цилиндрическом сосуде радиусом 2 см так, что шарик находился в центре полушарообразного дна сосуда. Стенки и дно сосуда покрывались тонким слоем КОН для поглощения паров йода.

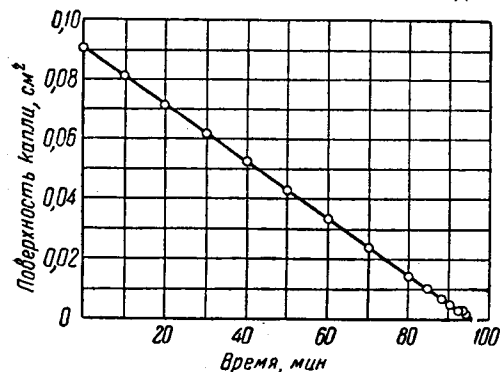


Рис. 1. Испарение водяных капель, помещенных на чашке микровесов (Уайтлоу-Грэй)

при 20°, поэтому поправками на лучеиспускание, теплопроводность подвеса и т. д. можно было пренебречь. Результаты измерений согласовались с формулой (3.5) с $c_b = 0$. График $S - S^{1/2}/3b\pi^{1/2}$ в функции времени (за b был принят радиус сосуда) оказался прямолинейным в очень широком интервале: в некоторых опытах радиус шарика уменьшался до 0,1 начальной величины.

Вычисленные из этих измерений значения коэффициента диффузии паров йода в воздухе равны: $D_{14} = 0,0786$; $D_{20} = 0,0824$; $D_{25} = 0,824$; $D_{30} = 0,0846$. По методу Стефана найдены соответственно значения 0,0748; 0,0792; 0,0804 и 0,0856. По мнению авторов, эти небольшие расхождения, достигающие максимум 5%, вызваны не вполне сферичной формой шариков, вибрацией кварцевой спирали и недостаточно точной установкой шариков внутри сосуда. Однако все эти факторы должны действовать одинаково при разных температурах и не могут объяснить различный температурный ход значений D , найденных обоими методами.

Опыты проводились при 14, 20, 25 и 30°. Параллельно производилось определение коэффициента диффузии паров йода методом Стефана (по скорости испарения йода, помещенного на дно длинной узкой пробирки). Понижение температуры шариков составляло по расчету 0,48° при 30° и 0,22°

Хаутон [26] измерял скорость испарения водяных капель, подвешенных на стеклянных нитях, при помощи горизонтального микроскопа с окулярной шкалой. Нити покрывались тонким слоем парафина, что имело двоякую цель — устранить по возможности искажение сферической поверхности капли вблизи точки пересечения ее с нитью и воспрепятствовать вползанию капли вверх по нити, наблюдающемуся при смачивании нити каплей. Чтобы приблизиться к условиям испарения свободной капли, следовало бы применять возможно тонкие нити, однако это требование ограничивается условием равновесия подвешенной капли: $2\pi a \sigma \cos \vartheta = 4/3 \pi r_m^3$, где a — радиус нити, σ — поверхностное натяжение жидкости, r_m — радиус максимальной удерживаемой нитью капли и ϑ — краевой угол между каплей и нитью. Отсюда следует, что a должно расти гораздо быстрее, чем r_m . Действительно, как указывает Хаутон, на нитях с радиусом 1,25 (волластонова нить), 12,5, 42 и 125 μ можно работать с каплями, радиусы которых лежат в интервалах соответственно 50—250, 150—600, 500—1000 и свыше 1000 μ .

Размеры камеры, в которой производились опыты, Хаутоном не указаны. Определенная влажность воздуха в камере поддерживалась при помощи растворов солей с известной упругостью водяного пара. Температура воздуха в камере была 20°, относительная влажность 0, 42, 54, 86 и 88%, начальный радиус капель 50—1000 μ . Понижение температуры капель не измерялось и не рассчитывалось. Вместо этого Хаутон принял, что температура капли равна температуре T'_0 , показываемой помещенным в камеру термометром со смоченным шариком. Специальные опыты показали, что $T_\infty - T'_0 = A(p_0 - p_\infty)$, где p'_0 — давление пара при температуре T'_0 , A — постоянная, равная 1,07 град·(мм рт. ст.)⁻¹ при давлении воздуха 760 мм рт. ст. Такое значение A весьма близко к обычно принимаемой для не вентилируемого психрометра Августа величине 1,1. Между тем, вставляя в формулу (6.6) $L = 585 \text{ кал} \cdot \text{г}^{-1}$, $D = 0,25 \text{ см}^2 \cdot \text{сек}^{-1}$, $M = 18 \text{ г} \cdot \text{моль}^{-1}$, $R = 82 \times 760 \text{ см}^3 \cdot \text{мм рт. ст.} \cdot \text{град}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$, $\kappa = 6,09 \cdot 10^{-5} \text{ кал} \cdot \text{град}^{-1} \cdot \text{см}^{-1} \cdot \text{сек}^{-1}$, $T_\infty = 293^\circ$, найдем*. $A = 2,40 \text{ град} \cdot (\text{мм рт. ст.})^{-1}$.

* В этих и во всех дальнейших расчетах в температурном интервале 0—20° для коэффициента диффузии водяного пара в воздухе при нормальном

Таким образом, основное уравнение (6.6), выведенное Максвеллом для термометра со смоченным шариком, как раз в этом случае неприменимо. Основная причина расхождения заключается в притоке тепла к шарiku через стержень термометра. Для грубой оценки величины этого притока мы можем воспользоваться формулой (7.6), приняв в ней $a = r$. Вставляя $\kappa_f = 0,002$ (стекло), $\kappa = 6,1 \cdot 10^{-5}$, $b/a = 10$, найдем $Q_2/Q = 1,34$, т. е. полный приток тепла к шарiku в 2,34 раза больше вычисленного по уравнению (6.2) и, следовательно, постоянная A равна $2,40 : 2,34 = 1,03$, что находится в таком согласии с опытом, какого можно было ожидать в нашем грубом расчете.

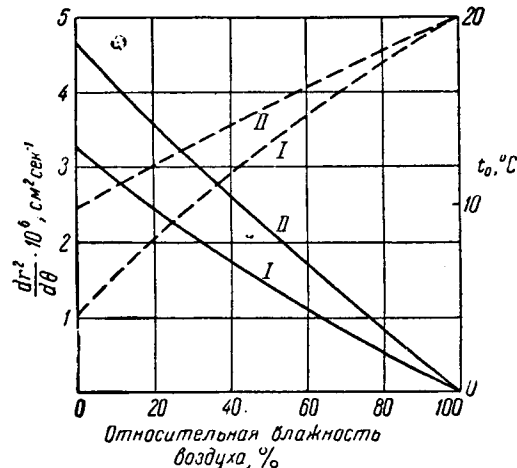


Рис. 2. Температура и скорость испарения водяных капель при температуре воздуха 20°

На рис. 2 для иллюстрации изображена зависимость понижения температуры (пунктирные линии) и скорости испарения dr^2/dt (сплошные линии) от относительной влажности воздуха при 20° для случая свободной капли (кривые I) и смоченного шарика (кривые II). Понижение температуры в первом случае рассчитывалось по формуле (6.4), т. е. при $A = 2,40$; во втором — при $A = 1,10$.

Из сказанного ясно, что истинная температура капель, а следовательно, и разность $c_0 - c_\infty$ в опытах Хаутона были значительно ниже, чем по вычислениям автора, и поэтому рассчитанные из этих опытов значения коэффициента диффузии водяного пара оказались сильно заниженными (в среднем $D \approx$

давлении приняты значения $D = 0,22 + 0,0015 t \text{ см}^2 \text{сек}^{-1}$ [27, 28] (t — температура по Цельсию), для коэффициента теплопроводности воздуха при нормальном давлении $\kappa = (5,77 + 0,016 t) \cdot 10^{-6} \text{ кал} \cdot \text{град}^{-1} \cdot \text{см}^{-1} \cdot \text{сек}^{-1}$ [29].

$\approx 0,18 \text{ см}^2 \cdot \text{сек}^{-1}$) и зависящими от размеров капель и влажности воздуха. Так как отношение a/r в опытах Хаутона возрастало с размером капель (см. выше), то, согласно формуле (7.6), отношение Q_2/Q , а следовательно, и температура капли также возрастали с r . Поэтому вычисленные Хаутоном значения D заметно возрастают с радиусом капель. Аналогично объясняется

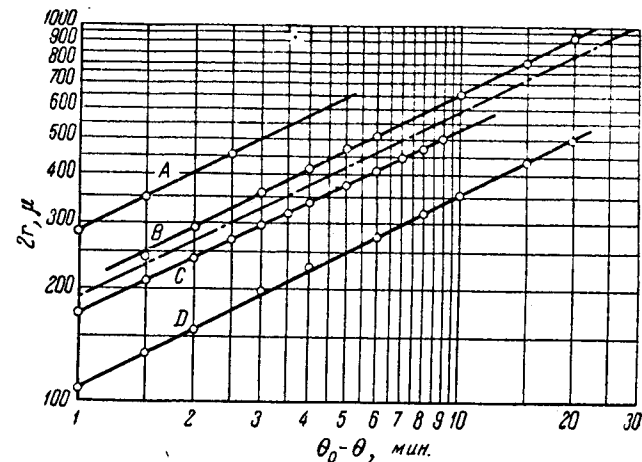


Рис. 3. Испарение подвешенных водяных капель (Хаутон).

По оси абсцисс отложено (в логарифмической шкале) $(\theta_0 - \theta)$, где θ_0 — время (в мин.) полного испарения капли; по оси ординат отложено (в логарифмической шкале) $2r$. Температура и относительная влажность воздуха в опытах: A — 21,7°, 0%; B — 20,3°, 42%; C — 19,6°, 53%; D — 20,8°, 88,6%. Согласно теории tg угла наклона графиков должен равняться 1/2; с таким наклоном проведена прерывистая прямая

и тот факт, что полученные Хаутоном графики (r^2, θ) , строго говоря, не прямолинейны, а слегка вогнуты к оси θ , т. е. абсолютная величина $dr^2/d\theta$ несколько увеличивается с течением времени, так как при этом возрастает отношение a/r .

К сожалению, в статье Хаутона отсутствуют таблицы, а имеются лишь графики (см. рис. 3). Из них следует, что при больших дефицитах влажности (при относительной влажности 0 и 42%) величина $dr^2/d\theta$ на 6—8% выше рассчитанной для свободной капли без учета теплопроводности нити, конвекции и

лучеиспускания. Так, в одном опыте при температуре воздуха $21,7^\circ$ и влажности 0, опытное значение $dr^2/d\theta$ составляло $3,52 \times 10^{-6}$, а теоретическое равно $3,3 \cdot 10^{-6} \text{ см}^2 \cdot \text{сек}^{-1}$. При $19,6^\circ$ и влажности 42% соответственные значения dr^2/dt $1,78 \cdot 10^{-6}$ и $1,61 \cdot 10^{-6} \text{ см}^2 \cdot \text{сек}^{-1}$. При учете указанных выше факторов, способствующих повышению температуры капли и скорости испарения, расхождение должно еще уменьшиться, однако точный расчет соответствующих поправок в данном случае невозможен за отсутствием в статье Хаутона необходимых данных.

При малых дефицитах влажности расхождение между опытными и вычисленными значениями в измерениях Хаутона, напротив, очень велико и иногда даже меняет знак (по-видимому, вследствие неточности в измерениях влажности воздуха в камере). Понятно, что при малых дефицитах влажности уже небольшие ошибки при определении c_∞ весьма ощутительны.

В опытах Е. Г. Зак [30] измерялось время θ_0 полного испарения капель воды, спирта и бензола с начальным радиусом 0,5 мм, подвешенных на стеклянной нити радиусом 50 μ в сосуде емкостью 150 мл. Результаты опытов с водяными каплями Е. Г. Зак выразила формулой $\theta_0 = 176,4 \cdot 60 / (p_s - p_\infty) \text{ сек (мм рт. ст.)}^{-1}$, где p_s — давление насыщенного пара при температуре окружающего воздуха. Отсюда для случая $p_\infty = 0$ при 20° следует $\theta_0 = 605 \text{ сек.}$ и $dr^2/d\theta = 4,14 \cdot 10^{-6} \text{ см}^2 \cdot \text{сек}^{-1}$. Теоретически с учетом теплопроводности нити и лучеиспускания мы находим $dr^2/d\theta = 3,45 \cdot 10^{-6} \text{ см}^2 \cdot \text{сек}^{-1}$. Такое большое расхождение объясняется, по-видимому, тем, что в последней стадии испарения капли, когда ее радиус приближается к радиусу нити, скорость испарения значительно больше, чем для свободной капли того же объема.

Непосредственное измерение температуры испаряющейся капли, подвешенной на спаяе термопары, впервые было выполнено, по-видимому, Фресслингом [16]. В неподвижном воздухе опыты проводились с каплями нитробензола и анилина. В первом случае измеренное понижение температуры $0,12^\circ$ совпало с вычисленным, во втором — измерено $0,32^\circ$, вычислено $0,42^\circ$ (по-видимому, вследствие пренебрежения теплопроводностью термопары). К сожалению, ни толщина проволок, ни размер капель в этих опытах не указаны.

В работе Б. В. Кирюхина [31] не указана ни толщина, ни материал термопары. Опыты проводились при 15° с каплями воды радиусом 0,1—1 мм в камере размером $20 \times 30 \times 25 \text{ см}$. Определенная влажность в камере поддерживалась при помощи водных растворов серной кислоты. Температура капель по мере их испарения поднималась на несколько десятых градуса, очевидно вследствие относительного увеличения эффекта теплопроводности термопары, как и у Хаутона. Значения постоянной A , вычисленные по приведенным Б. В. Кирюхиным данным для температуры капель с $r = 1 \text{ мм}$, равны 1,12 при влажности воздуха 45%, 1,04 при 60% и 0,7 при 80%. Считая, как и ранее, наиболее надежным значение 1,12, полученное при самом высоком дефиците влажности (сам автор приводит, как среднее в его опытах значение $A = 1,1$), и сравнивая его с теоретической величиной 2,40, мы видим, что в опытах Б. В. Кирюхина приток тепла по термопаре оказался того же порядка величины, что и приток непосредственно из газовой среды. Как видно из приведенных на стр. 27 расчетов, при применении термопары с медью это вполне возможно.

При измерении скорости испарения капель (оптическим методом) Б. В. Кирюхин получил, как и другие авторы, линейный график (r^2, θ) . При вычислении коэффициента диффузии водяных паров из приведенных автором значений $dr^2/d\theta$ для трех указанных выше влажностей воздуха мы находим $D_{15} = 0,225, 0,220$ и $0,210$ вместо $0,240 \text{ см}^2 \cdot \text{сек}^{-1}$. Это объясняется, по-видимому, тем, что истинная температура капли была несколько ниже показываемой термопарой.

Н. П. Тверская [32] измеряла понижение температуры водяных капель с радиусом 0,5 мм, подвешенных на термопаре из манганина ($a_1 = 12,5 \mu$) и константана ($a_2 = 25 \mu$) в камере размером $50 \times 50 \times 35 \text{ см}$, и получила среднее значение $A = 1,7$. Так как удельные теплопроводности константана и манганина равны $\sim 0,05 \text{ кал} \cdot \text{см}^{-1} \cdot \text{сек}^{-1} \cdot \text{град}^{-1}$, то, беря в формуле (7,6) $b = 25 \text{ см}$ и пренебрегая неравномерностью температуры капли, получим для притока тепла по обеим проволокам $Q_2/Q = 0,25$, для притока за счет лучеиспускания по формуле (6,20) $Q_1/Q = 0,11$ и для A значение $2,4: 1,36 = 1,76$, близкое к найденному в этих опытах. Ввиду сравнительно малой

теплопроводности применявшейся в этой работе термопары, поправка на неравномерность температуры капли в данном случае, по-видимому, незначительна.

Джонсон [33] сделал попытку определить истинную температуру свободно испаряющихся водяных капель, измеряя температуры капель, подвешенных на термопарах с постепенно уменьшающейся теплопроводностью и экстраполируя к теплопроводности, равной нулю. Применялись медно-константановые пары с радиусом медной проволоки 63—13 μ и константановой 63—25 μ . Размеры сосуда, в котором проводились опыты, не указаны. Температура капель, как и следовало ожидать, заметно повышалась по мере их испарения. По мнению автора, самыми надежными следует считать данные, полученные с каплями максимального размера $r = 0,5$ мм. Так как Джонсон пользовался неправильной эмпирической формулой для переноса тепла по нитям и не учитывал неравномерности температуры капли, его расчеты здесь не приводятся. Таблиц в статье Джонсона нет, но из графиков можно определить отношение теоретического значения A для свободной капли (2,45) и экспериментальных значений A , полученных для каждой термопары.

Для расчета действительной температуры капель в этих опытах за неимением лучшего пути воспользуемся данными Ленгстрота и др. (см. ниже), согласно которым для водяных капель и медно-константановой термопары отношение внешнего и внутреннего скачков температуры (или эквивалентное ему отношение $\beta_2 : \beta_1$) равно в среднем ~ 2 . Согласно формуле (7.11), в этом случае измеренное понижение температуры капли, а следовательно и величина постоянной A составит лишь $2/3$ действительной величины, а поток тепла через термопару Q_2 будет равен $2/3$ величины потока, вычисленной по формуле (7.5). Учитывая это, мы получим изображенную на рис. 4 зависимость между действительными значениями теоретически равных друг другу величин $2,45/A$ и $1 + \frac{Q_2}{Q}$. Крестиками обозначены пересчитанные экспериментальные данные Джонсона. Как мы видим, за исключением одной точки, полученной с самой толстой термопарой, согласие с теорией более или менее удовлетворительное.

В обстоятельной работе Ленгстрота, Дила и Уинхолда [27]

измерялась (оптическим методом) скорость испарения капель воды и ряда органических жидкостей с радиусом, составлявшем к середине опыта около 0,7 мм. Капли были подвешены на стеклянных нитях с радиусом 50 μ или на медноконстантановой термопаре с радиусом проволок около 40 μ . Опыты проводились в шарообразном сосуде радиусом 10 мм; внутренние стенки сосуда покрывались тонким слоем активного угля (в случае воды смесью угля и P_2O_5) для поглощения паров. Для выравнивания давлений сосудов сообщался узкой щелью с атмосферой. Атмосферное давление равнялось 690 мм рт. ст., температура воздуха $\sim 20^\circ$. С водой и норм. бутаном измерения проводились также при 10 и 40° . При теоретическом расчете скорости испарения вводились поправки на ограниченный объем сосуда [по формуле (3.3)] и на лучеиспускание; переносом тепла через стеклянную нить авторы пренебрегли.

В таблице приведены результаты этих опытов с каплями, подвешенными на стеклянных нитях. S' означает функцию $S - (S'^2/3b\pi^{1/2})$, линейно изменяющуюся со временем при испарении капли в ограниченном объеме, $dS'/d\theta$ (опыт.) — среднее значение из нескольких опытов. На рис. 5 приведено несколько полученных Ленгстротом и др. графиков (S' , θ).

В общем мы имеем удовлетворительное согласие между теорией и опытом. Заметное расхождение в некоторых случаях (например, в случаях норм. пропилового спирта и анилина) может быть объяснено неправильностью табличных значений давления и коэффициента диффузии пара, а также недостаточной чистотой жидкостей.

Несколько хуже согласие между рассчитанными по скорости испарения t_0 и по формуле (6.4) с поправкой на лучеиспускание [t_0 (теор.)] значениями температуры капель. Менее надежной

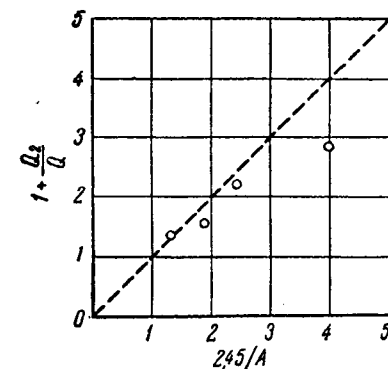


Рис. 4. Понижение температуры подвешенных на термопарах водяных капель (Джонсон)

является, конечно, температура t_0 ; это особенно наглядно видно на примере анилина, для которого t_0 выше, чем температура воздуха! Причины расхождений — те же, что и для скорости испарения: об этом свидетельствует тот факт, что большие относительные расхождения между $dS'/d\theta$ (теор.) и $dS'/d\theta$ (опытн.) с одной стороны, и t_0 и t_0 (теор.) с другой, наблюдается для одних и тех же веществ.

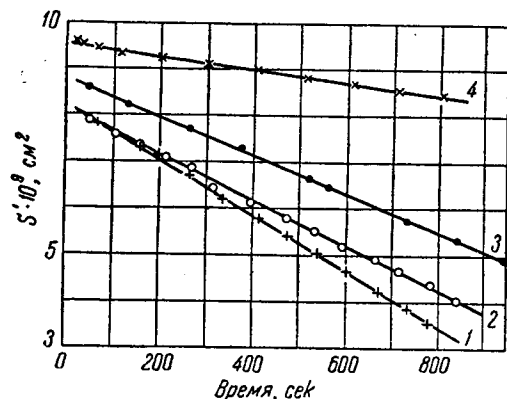


Рис. 5. Испарение подвешенных капель разных жидкостей при 20—22° (Ленгстрот и др.):

1 — вода (на термопаре); 2 — вода (на стеклянной нити); 3 — норм. бутанол; 4 — анилин (в последнем случае следует увеличить значения времени в три раза)

щиеся к действительности температуры капель t_0 оказались, как и следовало ожидать, ниже показываемых термопарой температур t_0 (опытн.). Относительная ошибка особенно велика в случае воды. Так, при 10° t_0 (опытн.) = 3,9, t_0 = 0,4°; при 20° — 11,1 и 7,4°; при 40° — 24,8 и 16,6°. Вычисленные отсюда согласно изложенной на стр. 29 теории значения отношения внешнего и внутреннего температурных скачков равны соответственно 1,75, 2,4 и 1,85. Такой большой разброс, по-видимому, объясняется отсутствием геометрического подобия между опытами, производившимися при разных температурах. Беря в качестве среднего значения 2,0, мы получаем для отношения Q_2/Q величину $1,06 \cdot 2/3 = 0,7$, для эффекта лучеиспускания $Q_1/Q = 0,16$ и для постоянной A значения 1,36—1,48 (в температурном интервале 10—40°). Фактически же Ленгстротом и др. найдено: $A = 1,92$ при 10°, 1,58 при 20° и 1,65 при 40°. Расхождение довольно велико, но при полном отсутствии данных о геометрии подвешенных на термопаре капель лучшего трудно было бы ожидать.

Скорость испарения и температура капель, подвешенных на стеклянных нитях

Жидкость	Температура воздуха, $t_{\infty}, ^\circ\text{C}$	$\frac{dS'}{d\theta}$, $\text{см}^3 \cdot \text{сек}^{-1}$		t_0	t_0 (теор.)
		опытн.	теор.		
Вода	10	2,79	2,85	—1,2	—0,9
•	20	4,4	4,3	4,9	4,1
•	40	8,3	7,9	13,1	12,3
Норм. бутиловый спирт	10	1,90	1,84	8,7	8,2
•	20	3,9	3,9	10,9	12,2
•	40	11,6	12,3	30,5	30,1
Толуол	20	17,4	17,2	11,0	11,4
Норм. пропиловый спирт	20	8,4	9,4	12,2	10,9
Уксусная кислота	20	7,8	7,8	12,4	12,3
Этилбензол	20	7,2	7,9	14,7	16,0
Орто-хлортолуол	20	2,7	3,0	17,3	18,3
Норм. амиловый спирт	20	1,63	1,70	18,2	18,7
Анилин	20	0,37	0,33	21,2	19,7

Для многих органических жидкостей разница между вычисленной и измеренной температурами значительно меньше, чем у воды. Так, для норм. бутилового спирта при 10° t_0 (опытн.) = 9,0°, t_0 = 9,9°, при 20° — 18,8 и 18,7°, при 40° — 36,1 и 35,9°. Для толуола при 20° — 14,4 и 14,6°. По-видимому, это вызвано более высоким коэффициентом термического расширения органических жидкостей и, следовательно, большей интенсивностью конвекции в каплях. Наличие такой конвекции было установлено Ленгстротом и др. по движению пылинок в каплях.

При переходе от сосуда с радиусом 10 мм к вдвое более широкому сосуду скорость испарения капель воды возрастала на 10—20%, температура термопары понижалась на 1—5°, а разброс экспериментальных точек заметно увеличился. Эти явления авторы объясняют тем, что в широком сосуде возникала заметная свободная конвекция воздуха. Однако это объяснение нуждается в специальной экспериментальной проверке.

Упомянем еще о наблюдениях Ранца и Маршалла [34], измеривших температуру испарявшихся водяных капель с радиусом 0,5 мм, подвешенных на стеклянных капиллярах с наружным радиусом 30—50 μ , при помощи манганино-константановой

термопары с радиусом проволочек 6 μ , вводившейся в каплю сбоку. В этом случае температура была одинаковой во всех точках капли, т. е. измерялась действительная температура последней, что объясняется весьма малой теплопроводностью термопары, а также ее положением в капле. Таким образом, непосредственное измерение истинной температуры испаряющихся капель возможно.

§ 9. ОПЫТНЫЕ ДАННЫЕ ПО ИСПАРЕНИЮ НЕПОДВИЖНЫХ КАПЕЛЬ. ОПЫТЫ С ЗАКРЕПЛЕННЫМИ КАПЛЯМИ ПРИ $r \approx l$

В рассмотренных выше работах давление было близко к атмосферному и при радиусах капель порядка 1 мм скачком концентрации у поверхности капель можно было пренебречь. Работы Бредли и его сотрудников [35—39], имевшие целью исследование скорости испарения капель при наличии такого скачка, проводились при давлениях газообразной среды вплоть до 0,1 мм рт. ст., т. е. до значений l/r порядка 1. Так как коэффициенты диффузии при таких малых давлениях очень велики, то брались капли жидкостей с весьма малым давлением пара — дибутилфталата, бутилстеарата и нормальных углеводородов от $C_{16}H_{34}$ до $C_{18}H_{36}$.

Следует отметить, что работа с малолетучими жидкостями сильно затрудняется тем обстоятельством, что их нелегко получить во вполне чистом состоянии, а небольшая примесь более летучих веществ может совершенно исказить результаты. Действительно, в первой серии опытов Бредли и др. [35] скорость испарения капель дибутилфталата была почти вдвое больше, чем во второй серии [36], проводившейся с более тщательно очищенным препаратом. По этой же причине данные разных авторов по давлению пара дибутилфталата различаются между собой в несколько раз.

Капли с радиусом $\sim 0,5$ мм подвешивались на кварцевых нитях к микровесам. Испарение производилось в сферическом сосуде радиусом 12 мм со слоем поглотителя (активного угля, силикагеля или масла апьезон) на стенках. Понижение температуры капель было незначительно и им можно было в большинстве случаев пренебречь. При малом давлении газа P измерения производились в сравнительно небольшом интервале изменений радиуса капли, так как в этом случае абсолютная величина

$dr^2/d\theta$ постепенно убывает. Результаты второй серии опытов с каплями дибутилфталата в воздухе при $19,9^\circ$ Бредли представил формулой

$$-\frac{dS}{d\theta} = 1,53 \cdot 10^{-7}/P \left[\frac{7,65 \cdot 10^{-3}}{rP} + \frac{1}{1 + 2,42 \cdot 10^{-3}/rP} \right] \text{ см}^2 \cdot \text{сек}^{-1}, \quad (9.1)$$

где P выражено в мм рт. ст. Коэффициенты в этой формуле подбирались эмпирически, но она согласуется с (5.6), так как $PD = \text{const.}$ и $lD = \text{const.}$ Сравнивая формулу (9.1) при больших давлениях, когда стоящий в квадратных скобках множитель обращается в 1, с формулой (1.16), мы находим $1,53 \cdot 10^{-7}/P = 8\pi Dc_0/\gamma$. По измерениям в лаборатории Бредли c_0 равно $2,16 \cdot 10^{-10} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$. Так как $\gamma = 1,05$, то $PD = 29,4 \text{ см}^2 \cdot \text{мм рт. ст.} \cdot \text{сек}^{-1}$.

Для проверки различных приведенных в § 5 поправок на скачок концентрации мы представим формулу (9.1) в виде

$$\frac{I_0}{I} = \frac{7,65 \cdot 10^{-3}}{rP} + \frac{1}{1 + 2,42 \cdot 10^{-3}/rP}, \quad (9.2)$$

а результаты Бредли отложим в координатах I_0/I , $1/rP$ (см. рис. 6). Так как $DP = \text{const.}$, то, согласно формулам (5.10) и (5.11), должен был бы получиться прямолинейный график; в действительности же он слегка искривлен кверху, как это следует из формулы (9.2), изображенной пунктирной линией. Впрочем, разброс экспериментальных точек довольно велик и для окончательного суждения о правильности тех или

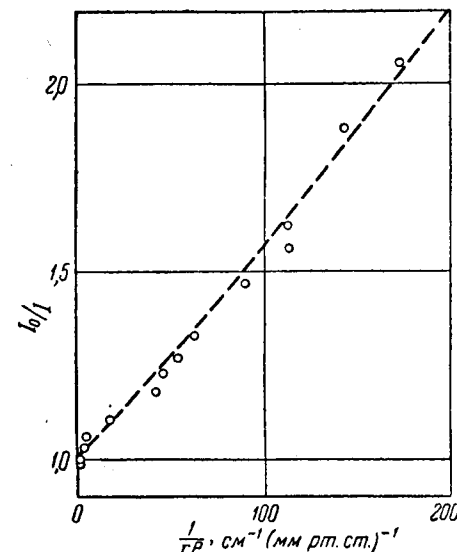


Рис. 6. Испарение подвешенных капель дибутилфталата при малых давлениях (Бредли и др.)

инных формул требуются более точные измерения и опыты при более высоких значениях l/r .

Из сравнения формул (9.2) и (5.6) следует

$$\frac{D}{rv\alpha} = \frac{7,65 \cdot 10^{-3}}{rP}. \quad (9.3)$$

Так как для дибутилфталата при 293°K $v = 3,73 \cdot 10^3 \text{ см} \cdot \text{сек}^{-1}$, из формулы (9.3) находим $\alpha = 1,03 \approx 1$.

Далее, из сравнения тех же формул следует:

$$1 + \frac{2,42 \cdot 10^{-3}}{rP} = 1 + \frac{3l}{r}, \quad (9.4)$$

$$2,42 \cdot 10^{-3}/lP = \beta. \quad (9.5)$$

Выпишем известные газокинетические формулы:

$$D = \frac{3}{8} \left(\frac{\pi}{2} \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} kT \right)^{1/2} / \pi n_2 \sigma_{12}^2, \quad (9.6)$$

$$1/l = \pi \sigma_{12}^2 n_2 \left(\frac{m_1 + m_2}{m_2} \right)^{1/2}, \quad (9.7)$$

где m_1 и m_2 — массы молекул пара и газа, n_2 — концентрация последних, σ_{12} — сумма радиусов молекул пара и газа [в формуле (9.7) предполагается, что $n_1 \ll n_2$]. Из этих формул следует $D = \frac{3}{8} \pi v l (1 + m_1/m_2) = 12,5 l v = 46\,500 l$. Так как $D = 29,4/P$, то $lP = 29,4/46\,500$ и $\beta = 3,8$.

Опыты по испарению капель дибутилфталата в водороде и фреоне [36] и капель октадекана в воздухе [37] привели к формуле того же типа, как и (9.2), причем α во всех случаях близко к 1, а β равно, соответственно, 13,7; 2,05 и 3,3. Впрочем, как уже указывалось, эти результаты можно рассматривать лишь как предварительные.

Бредли и др. [35] указывают, что мелкие капли ($r = 0,1 \div 0,2 \text{ мм}$) дибутилфталата давали почти вдвое большую величину $dS/d\theta$, чем капли с $r \approx 0,5 \text{ мм}$, и считают причиной этого грушеобразную форму мелких капель, вызванную, по-видимому, смачиванием кварцевых нитей дибутилфталатом. Следует заметить, что большинство работ по методу подвешенной капли проводилось на каплях с радиусом $0,5 \div 0,8 \text{ мм}$, в наибольшей степени сохра-

няющих сферическую форму. В более крупных каплях сферичность нарушается силой тяжести, в более мелких — искажением в месте пересечения поверхности капли с нитью. На рис. 7 изображена капля воды с радиусом $\sim 0,5 \text{ мм}$, подвешенная на стеклянном капилляре [34] и имеющая почти идеальную шарообразную форму. На рис. 8 изображены капли нитробензола, висющие на стеклянной нити (1 и 2), и капли воды, висющие на термопаре (3—6) при десятикратном увеличении [16]. В этом случае капли имеют вид слабо вытянутых эллипсоидов вращения с отношением осей 1,05—1,10, для которых, как было указано на стр. 17, скорость испарения очень мало отличается от скорости испарения сферических капель равного объема.

Как видно из приведенных в § 8 и 9 данных, максвелловскую теорию испарения капель следует считать подтвержденной опытами, а имеющиеся небольшие расхождения вызваны экспериментальными ошибками.

§ 10. ОПЫТЫ СО СВОБОДНЫМИ КАПЛЯМИ

Изучать испарение свободных капель можно, подвешивая заряженные капли в конденсаторе Милликена. Для этого вводят в конденсатор каплю (если нужно, предварительно зарядив ее), определяют известным способом ее размер и заряд и непрерывно регулируют напряжение на конденсаторе так, чтобы электрическая сила точно уравновешивала бы силу тяжести, т. е. капля была бы неподвижна. По убыванию напряжения рассчитывают

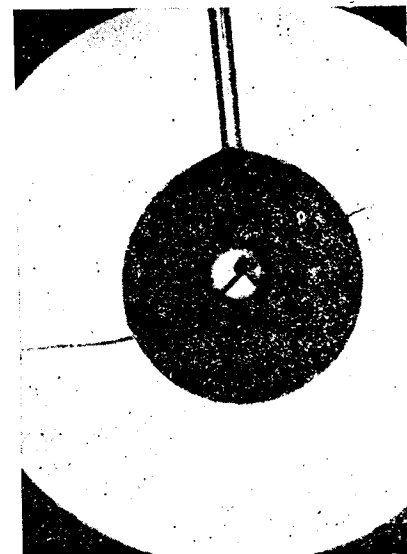


Рис. 7. Микрофотография водяной капли с $r = 0,47 \text{ мм}$, подвешенной на стеклянном капилляре (Ранц и Маршалл). В центре капли находится спай термопары с $a = 6 \text{ мк}$.

убыль веса капли с течением времени. Так как скорость испарения достаточно малых свободно падающих капель практически не отличается от скорости их испарения в неподвижном состоянии, можно обойтись без указанной точной регулировки и периодически определять размер капель по скорости их падения при выключенном поле. Так как и величина заряда капель и напряженность поля в конденсаторе по ряду причин имеют известные

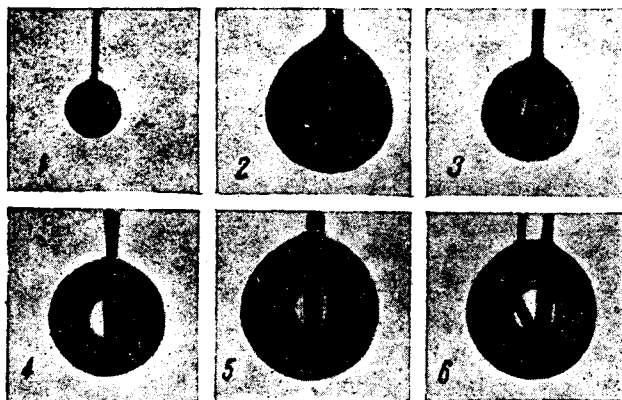


Рис. 8. Микрофотографии подвешенных капель нитробензола (1 и 2) и воды (3—6) при десятикратном увеличении (Фресслинг)

верхние пределы, то и максимальная величина капель, которые можно исследовать этим методом, ограничена и не превосходит нескольких микрон. С другой стороны, в каплях с радиусом меньше $0,2\text{--}0,3\text{ }\mu$ точности измерений мешает броуновское движение капель.

Следует заметить, что для тех размеров и зарядов капель, с которыми возможно работать в конденсаторе Милликена, заряд не влияет на скорость испарения: это следует и из известной формулы Томсона для давления пара заряженных капель и из непосредственных наблюдений (см. ниже). Ввиду малого размера капель в конденсаторе можно измерять скорость испарения капель лишь малолетучих веществ, либо же приходится работать в близкой к насыщению атмосфере, как это делали Н. Гудрис и Л. Куликова [40], впервые применившие этот метод.

Спикмен и Север [41] исследовали скорость испарения переохлажденных капелек бензофенона, фенантрена, бензила, трифенилметана и бензилбензоата с радиусом $1\text{--}2\text{ }\mu$ при 18° по скорости их падения V . Как видно из рис. 9, при $V > 0,01\text{ см}\cdot\text{сек}^{-1}$, т. е. при $r > 1\text{ }\mu$, V уменьшалось с течением времени линейно, чего и следовало ожидать, так как для частиц указанного размера

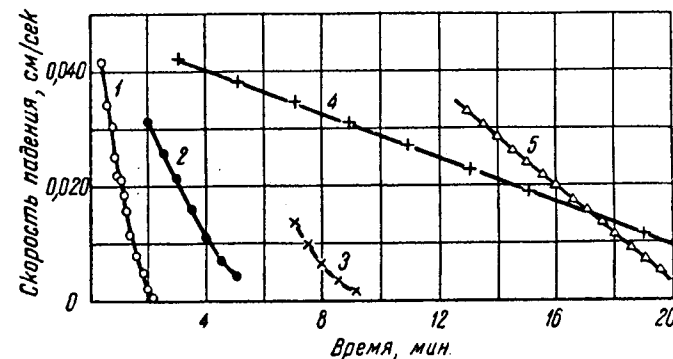


Рис. 9. Испарение капель в конденсаторе Милликена (Спикмен и Север):

1 — бензофенон; 2 — бензилбензоат; 3 — фенантрен; 4 — трифенилметан; 5 — бензил

скорость падения довольно точно пропорциональна квадрату их радиуса. Сравнения абсолютной величины скорости испарения с теорией произвести невозможно из-за отсутствия данных о величине коэффициентов диффузии паров указанных веществ. При $r < 1\text{ }\mu$ уменьшение V с временем замедляется, что может быть вызвано тремя причинами, действующими в одном направлении: влиянием скачка скорости воздуха у поверхности капли (т. е. поправки Кенингема к формуле Стокса), влиянием скачка концентрации на скорость испарения и, наконец, возрастанием концентрации малолетучих загрязнений и вызванным этим понижением давления пара капель по мере их испарения. Установить относительное значение всех этих факторов невозможно из-за отсутствия численных данных. Авторы отмечают, что изменение заряда капель от 5 до 14 элементарных зарядов не изменяет скорости их испарения.

Опыты Финка и Поуелла [42] проводились не в конденсаторе, а в вертикальной трубе диаметром 6 мм со стеклянными окошками для наблюдения и освещения. Периодическое поднимание падающих капелек производилось в данном случае точно регулируемым током воздуха. Для капелек бензилбензоата с радиусом 1—2 μ получены результаты, совпадающие с данными Спикмена и Севера. Кроме того, было исследовано испарение капелек различных смесей малолетучих жидкостей.

В статье Вудланда и Мака [43] приведены результаты измерений скорости испарения капелек дибутилтартрата ($r = 1,67 \mu$) и дибутилфталата ($r = 1,25 \mu$) в конденсаторе Милликена. Опыты продолжались до величины радиуса 0,8—0,9 μ . Построенный по данным этих авторов график (r^2, θ) слегка изогнут книзу, что можно объяснить лишь какими-то систематическими ошибками при определении размера капелек. Для дибутилфталата при 25° найдено в среднем $dr^2/d\theta = 0,66 \cdot 10^{-11} \text{ см}^2 \cdot \text{сек}^{-1}$. Между тем по приведенным Бредли и др. [36] значениям давления пара и коэффициента диффузии пара дибутилфталата при 25° следует при $c_\infty = 0$ $dr^2/d\theta = 3,2 \cdot 10^{-11} \text{ см}^2 \cdot \text{сек}^{-1}$. Такое большое расхождение вызвано, по-видимому, тем, что в конденсатор вводилась не одна, а большое число капелек, полученных механическим распылением жидкости, и в конденсаторе создавалась довольно значительная концентрация пара. Наблюдения авторов, согласно которым свободно падающие капельки испаряются несколько скорее неподвижных, сомнительны, так как для столь мелких капелек влияние седиментации на скорость испарения должно быть чрезвычайно мало.

Из совершенно аналогичных опытов Шерешевского и Стеклера [44], проводившихся при 21° на капельках дибутилфталата с начальными радиусами 0,63—2,66 μ и конечными 0,45—2,01 μ , также получаются графики (r^2, θ) с едва заметным изгибом книзу, но углы наклона графиков, т. е. значения $dr^2/d\theta$ для всех капель резко различны. При этом скорость испарения была тем меньше, чем больше капелек вводилось в конденсатор.

Отсюда ясно, что во всех опытах в конденсаторе была разная концентрация пара. Авторы пытались создать в конденсаторе определенную концентрацию пара, вводя в конденсатор: а) сосудики с дибутилфталатом, б) активный уголь или в) покрывая

электроды фильтровальной бумагой. В случае а) было найдено $dr^2/d\theta = 0,077—0,105 \cdot 10^{-11} \text{ см}^2 \cdot \text{сек}^{-1}$; в случае б) 0,09—0,23 $\cdot 10^{-11}$ и в случае в) 1,11—2,1 $\cdot 10^{-11}$. Теоретическое значение $dr^2/d\theta$ при 21° по данным Бредли, около $2 \cdot 10^{-11} \text{ см}^2 \cdot \text{сек}^{-1}$. Таким образом, поглотить пары дибутилфталата авторам до известной степени удалось лишь посредством фильтровальной бумаги. Далее ясно, что полное насыщение пространства внутри конденсатора парами жидкости не было осуществлено: скорость испарения в случае а) значительно больше рассчитанной по уравнению Кельвина. Из этих опытов видно, что поддержание желаемой концентрации пара малолетучей жидкости в конденсаторе Милликена — весьма нелегкая задача.

В одновременно опубликованных работах Нестле [3] и Шефера [8] изучалось испарение капелек ртути в насыщенной парами ртути атмосфере, для чего на нижнюю обкладку конденсатора помещались крупные капли ртути. Основную трудность при работе с ртутью представляет легкая ее окисляемость кислородом воздуха, приводящая к образованию малопроницаемой для паров ртути окисной пленки на поверхности капелек. Поэтому при испарении капелек на воздухе или даже в инертном газе, содержащем очень небольшую примесь кислорода, скорость испарения капельки постепенно уменьшается, а иногда падает до нуля.

Избежать этого удастся лишь, проводя опыты в тщательно очищенных от кислорода газах и с очень чистой ртутью.

Нестле измерял скорость испарения капелек ртути с начальным радиусом 0,33—0,41 и конечным 0,12—0,15 μ в углекислоте, азоте и аргоне. В согласии с формулой (1.21) Нестле получил прямолинейные графики (m, θ) (m — масса капельки). По формуле (1.21) (т. е. без учета скачка концентрации) были вычислены значения коэффициента диффузии паров Hg при 20° и при нормальном давлении: в азоте $D_{20} = 0,08$, в углекислоте 0,04 и в аргоне 0,06 $\text{см}^2 \cdot \text{сек}^{-1}$. Эти значения несколько ниже табличных (в азоте $D_0 = 0,13—0,14 \text{ см}^2 \cdot \text{сек}^{-1}$ [45]), однако, принимая во внимание специфические трудности работы с ртутью [влияние загрязнений, уменьшающих не только скорость испарения, но и поверхностное натяжение ртути, входящее в формулу (1.21)], а также неизбежные ошибки, вызванные малостью разности

$c_0 - c_\infty$, следует признать, что изложенная в конце § 1 теория испарения мелких капелек в насыщенной паром атмосфере подтверждается опытом. При $r < 0,2 \mu$ графики (m, θ) полученные Нестле, несколько изгибались кверху, т. е. скорость испарения замедлялась. Причинами этого могут быть как скачок концентрации у поверхности капли, так и накопление загрязнений на поверхности по мере испарения капли.

Опыты Шефера проводились в водороде и углекислоте на капельках с начальным радиусом $0,5$ и конечным $\sim 0,1 \mu$. При теоретическом расчете скорости испарения учитывалась поправка на скачок концентрации по формуле (5.11) с $\alpha = 1$. Приведенные Шефером графики (r, θ) показывают, что в водороде измеренная скорость испарения капелек от $r = 0,5$ до $0,3 \mu$ точно совпадает с вычисленной, а затем начинает заметно отставать от последней. В углекислоте измеренная скорость испарения в течение всего опыта на $10-20\%$ ниже теоретической. При этом для коэффициента диффузии паров Hg в H_2 принято, по-видимому, заниженное значение $0,20$, а в углекислоте $0,05 \text{ см}^2 \cdot \text{сек}^{-1}$.

В первой серии своих опытов Гудрис и Куликова [40] измеряли скорость испарения капелек воды с радиусом $0,60-1,25 \mu$ в насыщенной водяным паром атмосфере при комнатной температуре. Для этого конденсатор помещался в камеру, на дно которой была налита вода. Кинетика испарения в высокой степени зависела от того газа, которым был наполнен конденсатор. В углекислоте испарение было ничтожным — капельки почти сразу стабилизировались. В воздухе капельки вначале медленно испарялись, скорость испарения постепенно уменьшалась и, когда объем капелек уменьшался примерно вдвое, испарение прекращалось. В смеси 70% водорода и 30% воздуха испарение шло в несколько раз скорее, чем в воздухе; первоначальный радиус капельки $0,99 \mu$ равномерно уменьшался в течение 40 мин. до $0,74 \mu$, после чего опыт был, к сожалению, прекращен. Во всех случаях максимальная начальная скорость испарения капли была на несколько порядков ниже рассчитанной по формуле (1.21), согласно которой при 20° капля с $r = 1 \mu$ должна полностью испариться за 1 сек.

Объяснить эти результаты можно следующим образом. Быстрая начальная стадия испарения капелек в конденсаторе, идущая

по формуле (1.21), вообще не могла наблюдаться в этих опытах — на это указывает следующее замечание авторов: в чистом водороде скорость испарения капелек была так велика, что измерить ее оказалось невозможным. Таким образом, по-видимому, изучалась лишь последняя стадия испарения, когда давление пара капелек асимптотически приближалось к давлению пара в газообразной среде. То, что капельки воды с радиусом 1μ обладали нормальным давлением пара, могло быть вызвано двумя причинами: содержанием растворимых загрязнений в распыляемой воде, концентрация которых значительно возросла по мере испарения капелек (пока соответствующее понижение давления пара не сравнивалось с кельвиновским повышением давления), и аналогичным действием растворенной в капельках углекислоты. Грубый расчет на основе закона Рауля показывает, что при растворении в воде углекислоты при 20° и нормальном давлении парциальное давление водяного пара убывает примерно на $0,1\%$, т. е. на столько же, на сколько давление пара капелек с $r = 1 \mu$ больше нормального давления насыщенного пара. С другой стороны, насыщение углекислотой водяных капелек идет несравненно скорее, чем слоя воды, налитой в камеру. Так можно объяснить быструю стабилизацию капелек в углекислоте.

Гораздо труднее истолковать результаты второй серии опытов Гудриса и Куликовой, в которой вместо воды в камеру наливался водный раствор с давлением пара на $2,5 \text{ мм}$ (т. е. примерно на 15%) ниже давления насыщенного пара. В этом случае начальный радиус капельки равномерно уменьшался в течение 40 мин. от $0,64$ до $0,49 \mu$, т. е. опять скорость испарения была на несколько порядков ниже теоретической. Весьма желательно повторить эти опыты в более точных условиях.

В работе Мончика и Рейсса [15] измерялась при 25° и 35° скорость испарения капелек диамилсебацата с начальным радиусом $0,9-2,6 \mu$ при уменьшенном давлении ($10-100 \text{ мм рт. ст.}$), т. е. в области, где существенную роль играет скачок концентрации у поверхности капли. Для поглощения паров жидкости электроды конденсатора покрывались тонким слоем ди-каприл- или диундецилсебацата — веществ с значительно меньшим давлением пара, чем диамилсебацат.

Обработка экспериментальных результатов производилась авторами при помощи формулы (5.10), применявшейся в виде

$$\frac{dr}{d\theta} = - \frac{\alpha \nu c_0 \psi}{(1 - \alpha/2) \gamma \left[1 + \frac{\alpha \nu r}{(1 - \alpha/2) D} \right]} = - \frac{A c_0 \psi}{1 + B r P}, \quad (10.1)$$

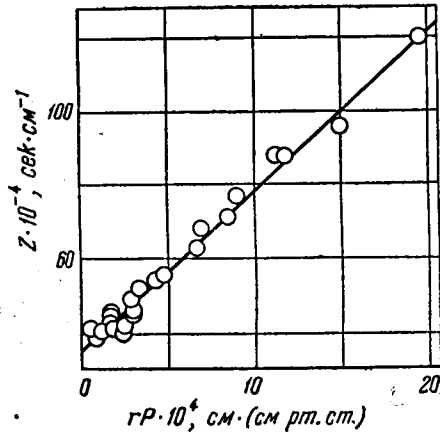


Рис. 10. Испарение капель диамилсебацата в конденсаторе Милликена при разных давлениях (Мончик и Рейсс)

которой авторы вычислили коэффициент диффузии паров диамилсебацата и величину $\alpha = 0,5$. Следует, однако, заметить что в самой интересной для теории области малых значений rP относительный разброс экспериментальных точек очень велик и не позволяет решить вопрос о выборе правильной формулы для скорости испарения капелек при радиусе, сравнимом со средней длиной свободного пути молекул пара.

Из изложенного выше видно, что в конденсаторе Милликена получаются, вообще говоря, менее точные результаты, чем по методу подвешенной капли, однако возможность работать с очень мелкими каплями делает метод конденсатора незаменимым при решении ряда важных вопросов, например вопроса о скорости роста атмосферных ядер конденсации в насыщенной водяным паром атмосфере.

где ψ — кельвиновский поправочный множитель к давлению пара жидкости, A и B — постоянные для данной жидкости величины. Из уравнения (10.1) следует, что $z = \psi (dr/d\theta)^{-1}$ является линейной функцией rP . На рис. 10 кружками обозначены экспериментальные результаты измерений Мончика и Рейсса в координатах (z, rP) (численных данных авторы не приводят). При больших значениях rP точки хорошо ложатся на прямую, из

ГЛАВА II

КВАЗИСТАЦИОНАРНОЕ ИСПАРЕНИЕ И РОСТ КАПЕЛЬ, ДВИЖУЩИХСЯ ПО ОТНОШЕНИЮ К СРЕДЕ

§ 11. ТЕОРИЯ

Для практики наибольший интерес представляет испарение капель, движущихся по отношению к среде под действием силы тяжести, инерционных сил и т. п. Крупные, свободно падающие капли, ($r > 1$ мм) более или менее деформируются сопротивлением среды, в них возникают пульсации и т. д. Так как учет этих явлений чрезмерно усложнил бы теорию испарения движущихся капель, обычно принимают капли за сферы. Таким образом, задача сводится к вычислению скорости испарения или теплоотдачи от сферического тела, обдуваемого потоком газа. Задача эта представляет большие математические трудности и строгого ее решения до сего времени не найдено ни для случая больших, ни для малых чисел Рейнольдса, имеются лишь более или менее удачные попытки приближенного решения.

В теории испарения или теплоотдачи в потоке целесообразно перейти к безразмерным числам (критериям). Нам понадобятся в дальнейшем:

число Рейнольдса

$$Re = \frac{2U_0 r}{\nu}, \quad (11.1)$$

где U_0 — скорость потока вдали от шара, ν — кинематическая вязкость среды;

число Нуссельта

$$Nu = \frac{2rQ_f}{\kappa S(T_\infty - T_0)}, \quad (11.2)$$

где Q_f — количество тепла, отданное телу средой за единицу времени, S — поверхность тела, κ — коэффициент теплопроводности среды и $T_\infty - T_0$ — разность температур среды и тела; число Шервуда (или диффузионное число Нуссельта)

$$Sh = \frac{2rI_f}{DS(c_0 - c_\infty)}, \quad (11.3)$$

где I_f — скорость испарения (убыли в весе) тела в потоке; число Прандтля

$$Pr = \frac{\nu}{\chi}, \quad (11.4)$$

где $\chi = \kappa/\gamma_g C_p$ — температуропроводность среды; число Шмидта (диффузионное число Прандтля)

$$Sc = \frac{\nu}{D}. \quad (11.5)$$

В частности, для шара

$$Nu = \frac{Q_f}{2\pi r \kappa (T_\infty - T_0)} \quad (11.6)$$

$$Sh = \frac{I_f}{2\pi r D (c_0 - c_\infty)}. \quad (11.7)$$

Из принципа подобия можно доказать, что Nu есть функция Re и Pr и, соответственно, Sh — функция Re и Sc .

Заметим, что Pr и Sc имеют обычно величину порядка 1: в воздухе в обычных условиях $Pr \approx 0,8$, для водяного пара в воздухе в обычных условиях $Sc \approx 0,7$.

Из формул (11.6) и (11.7) следует, что в неподвижной среде, т. е. при $Re = 0$, $Nu = 2$ и $Sh = 2$.

При значениях Re примерно от 100 до 100 000, т. е. до значений, при которых начинается турбулизация пограничного слоя, можно считать, что с передней стороны шара у его поверхности имеется сравнительно тонкий ламинарный пограничный слой среды, в котором движение происходит по законам течения вязкой жидкости и за которым шар обтекается средой по за-

конам течения идеальных жидкостей. В этом тонком слое происходит весьма быстрое возрастание скорости течения от нуля на поверхности шара до величины порядка скорости течения U_0 невозмущенного шаром потока.

Аналогично скоростному пограничному слою у поверхности испаряющегося в потоке шара должен существовать пограничный диффузионный слой, в котором концентрация пара убывает от c_0 у поверхности шара до c_∞ — концентрации в потоке. Ввиду аналогии между уравнениями движения вязкой жидкости и конвективной диффузии при близости коэффициентов кинематической вязкости и диффузии, т. е. при $Sc \approx 1$, толщины диффузионного δ' и скоростного δ пограничных слоев также близки друг к другу. То же самое относится и к толщине δ'' температурного пограничного слоя при теплоотдаче от обтекаемого потоком тела. Обычно здесь принимают $\delta'' = \delta$.

Пользуясь принципом подобия, можно доказать, что в рассматриваемом случае скорость испарения или теплоотдачи пропорциональна $Re^{1/2}$. К этому выводу приводят и более примитивные соображения. Известно, что $\delta/r = \beta Re^{-1/2}$, где β возрастает от $\sim 0,3$ у лобовой точки шара до $\sim 0,8$ у точки отрыва слоя [46]. Отсюда следует, что и δ' пропорциональна $Re^{-1/2}$. Следовательно, скорость испарения пропорциональна $Re^{1/2}$. Этот вывод подтверждается и опытом. Труднее вопрос о зависимости скорости испарения (или теплоотдачи) от Sc (или Pr). Для случая плоской пластинки, расположенной параллельно потоку, эта задача решена довольно точно [47]: при $\delta' \leq \delta$, что в данном случае имеет место при $Sc \gg 1$, усредненное по всей пластинке число Sh пропорционально $Re^{1/2} Sc^{1/3}$. Г. Кружилин [48] рассмотрел случай цилиндрического тела с осью, направленной перпендикулярно потоку, и пришел к той же зависимости, которая также соблюдается лишь при $\delta' \leq \delta$ или, в данном случае, при $Sc \gg 2,57$. Аналогичный результат получен для шара в малодоступной работе Фресслинга [49].

Случай шара был рассмотрен также Л. С. Лейбензоном [50], получившим при помощи некоторых упрощающих предположений другие зависимости, противоречащие опыту. М. Е. Швеи [51] применил к этой задаче разработанный им метод последовательных приближений и получил формулу $Sh = 2\beta Re^{1/2} Sc^{1/3}$ со

значением коэффициента $\beta=0,340$, не очень отличающимся от экспериментального значения (см. стр. 66).

Таким образом, скорость испарения в потоке пропорциональна не D , как в неподвижной среде, а $D^{1/2}$. Это объясняется тем, что толщина диффузионного пограничного слоя возрастает с увеличением D , а именно: она пропорциональна $D^{1/2}$.

Следует подчеркнуть, что во всех приведенных выше выводах остается открытым вопрос о том, начиная с каких значений Re они справедливы. Ответ на этот вопрос в настоящее время может дать только опыт.

Переходя к вопросу о влиянии скачка концентрации пара у поверхности капли на скорость ее испарения, заметим, что здесь величина эффекта зависит от отношения средней длины свободного пути молекул пара уже не к радиусу капли, а к толщине пограничного диффузионного слоя δ' . Рассуждая как в § 5 и принимая во внимание, что при больших Re $\delta \ll r$, так что поверхность капли можно принимать в расчетах плоской, мы придем вместо (5.6) к формуле

$$I_f = I_{f_0} \left[1 + \frac{D}{\nu \alpha (\delta' - \Delta)} \right]^{-1}, \quad (11.8)$$

где I_{f_0} — скорость испарения в отсутствие скачка концентраций. Легко видеть, что $\delta' = 2r/Sh$. Заменяя, кроме того, Δ на βl , формулу (11.8) можно представить в виде

$$I_f = I_{f_0} \left[1 + \frac{D}{\nu \alpha (2r/Sh - \beta l)} \right]^{-1}. \quad (11.9)$$

Фресслинг [16], исходивший из уравнения (5.8), пришел к формуле

$$I_f = I_{f_0}^* \left[1 + \frac{(1 - \alpha/2) D Sh}{2 \alpha r \nu} \right]^{-1}. \quad (11.10)$$

Практическое значение поправка на скачок концентрации имеет лишь для жидкостей с малой величиной α , например для воды, для которой обычно принимают $\alpha=0,03$. Так как для капель тех размеров, к которым применима теория диффузионного пограничного слоя, член βl в формуле (11.9) мал по сравнению с $2r/Sh$, то им можно пренебречь. В формуле (11.10) при малом α $1 - \alpha/2 \approx 1$. Таким образом, формулы (11.9) и (11.10) в этом случае эквивалентны.

При очень больших скоростях течения, когда толщина диффузионного пограничного слоя меньше средней длины свободного пути молекул пара l , формулы (11.9) и (11.10) уже неприменимы. В этом случае практически все испаряющиеся молекулы будут уноситься потоком газа, т. е. испарение будет идти с той же скоростью, что и в вакууме. Впрочем, для свободно движущихся в газообразной среде капель этот случай может осуществиться лишь в разреженной атмосфере. При нормальном давлении максимальная скорость падения водяных капель, при которой они могут существовать, не разрываясь, соответствует примерно величине $Re \approx 2000$ и радиусу капли $0,3$ см. Но при этих значениях Re и r , согласно данным о величине δ/r , приведенным на стр. 55, $\delta' \approx \delta \approx 4 \cdot 10^{-3}$, т. е. на несколько порядков больше l .

Выше рассматривалось только испарение с передней стороны шара, у которой расположен пограничный слой. Примерно у экваториальной линии пограничный слой отрывается от шара; за шаром движение среды носит более сложный вихревой характер, и здесь расчет скорости испарения весьма труден — имеются лишь экспериментальные данные (см. стр. 67).

Теории испарения сферических тел в потоке при малых Re , т. е. при стоксовом обтекании, до сего времени уделялось мало внимания. Автором обзора [11] была сделана следующая попытка разрешения этой задачи. При очень малой скорости течения вдали от тела U_0 можно считать, что распределение концентраций вокруг шара отличается от распределения в отсутствии течения [формула (1.7)] небольшим, пропорциональным U_0 членом $U_0 \psi$. Полагая для простоты $c_\infty = 0$, мы имеем, таким образом,

$$c = \frac{c_0 r}{\rho} + U_0 \psi. \quad (11.11)$$

Уравнение диффузии в движущейся среде

$$D \Delta c - U \text{grad } c = 0, \quad (11.12)$$

где U — вектор скорости среды, Δ — оператор Лапласа, получает вид

$$D U_0 \Delta \psi + U \left(\frac{c_0 r \rho}{\rho^2} + U_0 \text{grad } \psi \right) = 0, \quad (11.13)$$

где ρ — радиус-вектор. Так как второй член в скобках в последнем уравнении по нашему предположению значительно меньше первого, мы можем написать

$$\Delta\psi = \frac{c_0 r U \rho}{D \rho^3}. \quad (11.14)$$

Ввиду симметрии стокового поля течения относительно экваториальной плоскости шара $\Delta\psi$ обладает равными и противоположными по знаку значениями в симметрично расположенных относительно этой плоскости точках. Аналогия с теорией потенциала приводит в этом случае к выводу, что шар «равномерно поляризован» в направлении потока, т. е. что $\text{grad } \psi$, а следовательно, и вызванное течением приращение градиента концентрации имеет одинаковую величину и направление в соответствующих точках на передней и задней сторонах шара. Иными словами, увеличение скорости испарения на передней (обращенной навстречу потоку) стороне равно уменьшению — на задней стороне, и полная скорость испарения остается неизменной — такой же, как у неподвижных капель.

По правильному замечанию Кронига и Бруйстена [52], ни одно решение дифференциального уравнения (11.14) не удовлетворяет условию $c = 0$ при $\rho = \infty$. Причиной этой несообразности является, по-видимому, то обстоятельство, что стоковые уравнения обтекания шара верны лишь на малых расстояниях от него, и вызванное шаром искажение потока в действительности убывает с расстоянием значительно скорее, чем по этим уравнениям. Таким образом, правильность приведенного выше вывода сомнительна; правильнее было бы исходить из уравнений Озеена. Крониг и Бруйстен избрали другой путь: сохраняя стоковое поле течения, они приняли для c выражение

$$c = \left(\frac{1}{\rho} + \varepsilon \psi_1 + \varepsilon^2 \psi_2 + \dots \right) \exp \left[-\frac{\varepsilon}{2} \rho (1 - \cos \varphi) \right], \quad (11.15)$$

где φ — полярный угол, $\varepsilon = 1/2 \text{ Re} \cdot \text{Sc}$ — по предположению малая величина. При этом введены безразмерные параметры $\rho' = \rho/r$ и $c' = c/c_0$, которые мы для упрощения пишем без штрихов. При $\varepsilon = 0$ $c = 1/\rho$, т. е. получается решение для неподвижных капель. Функции возмущения ψ_1, ψ_2, \dots подбирались так,

чтобы удовлетворить уравнению (11.12) и граничным условиям. Благодаря экспоненциальному множителю условие $c = 0$ при $\rho = \infty$ соблюдается автоматически.

Если в выражении (11.15) сохранить только члены $c \varepsilon$ в первой степени, то для малых ε оно принимает вид

$$c = \frac{1}{\rho} + \varepsilon \left[\frac{1}{2\rho} + \cos \varphi \left(-\frac{3}{4\rho} + \frac{3}{8\rho^2} - \frac{1}{8\rho^3} \right) - \frac{1}{2} (1 - \cos \varphi) \right]. \quad (11.16)$$

Легко видеть, что выражение (11.16) удовлетворяет уравнению (11.12) и условию $c = 1$ при $\rho = 1$. Возмущающий член, (стоящий в квадратных скобках) в данном случае уже несимметричен по отношению к экваториальной плоскости.

Для градиента концентрации у поверхности шара получается выражение:

$$\frac{\partial c}{\partial \rho_{\rho=1}} = -1 + \varepsilon \left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{8} \cos \varphi \right), \quad (11.17)$$

а для скорости испарения (интегрированием по поверхности шара):

$$I = -D \int \frac{\partial c}{\partial \rho_{\rho=1}} dS = 4\pi D \left(1 + \frac{\varepsilon}{2} \right) \quad (11.18)$$

или

$$\text{Sh} = 2 \left(1 + \frac{1}{4} \text{Re} \cdot \text{Sc} \right). \quad (11.19)$$

Беря следующее приближение (учитывая члены $c \varepsilon^2$), Крониг и Бруйстен получили

$$\text{Sh} = 2 \left[1 + \frac{1}{4} \text{Re} \cdot \text{Sc} + \frac{29}{192} (\text{Re} \cdot \text{Sc})^2 \right]. \quad (11.20)$$

Не касаясь вопроса о безупречности выводов Кронига и Бруйстена*, следует лишь указать, что имеющиеся скудные опытные данные (стр. 78) показывают, что при малых Re скорость испарения капель не зависит от скорости их относительного движения.

В работе Фриша [53] также сделана попытка решения уравнения (11.12) путем разложения функции $c(\rho, \varphi)$ в ряд по степеням Re . Однако в этой работе сделано явно неверное пред-

* Заметим, впрочем, что во втором приближении, приводящем к формуле (11.20), при $\varphi = 0$ и $\rho = \infty$ $c = -\infty$.

положение $c(\rho, 0) = c(\rho, \pi)$, т. е. предположение, что вдоль проходящей через центр шара параллельной потоку оси распределение концентраций по обе стороны шара симметрично. Поэтому выводы этой работы также неверны.

Таким образом, вопрос о скорости испарения капель при малых числах Re остается еще неразрешенным. В дальнейшем изложении мы примем, следуя большинству работавших в этой области авторов:

$$Sh = 2 \quad (11.21)$$

при $Re \ll 1$.

$$Sh = 2\beta Re^{1/2} Sc^{1/2} \quad (11.22)$$

при $\sim 100 < Re < 100\,000$.

Формально можно объединить эти два закона в один и написать

$$Sh = 2(1 + \beta Re^{1/2} Sc^{1/2}). \quad (11.23)$$

Как установлено опытом, формула (11.23), которую можно представить в виде

$$I_f = 4\pi r D (c_0 - c_\infty) (1 + \beta Re^{1/2} Sc^{1/2}) = I_0 f \quad (11.24)$$

и которую мы назовем формулой Фресслинга, оказывается справедливой и в той промежуточной области значений Re (порядка 1—10), для которой пока не существует никакой теории испарения.

Все сказанное выше относится, конечно, и к теплоотдаче от сферических тел в потоке, для которой

$$Nu = 2(1 + \beta Re^{1/2} Pr^{1/2}). \quad (11.25)$$

Стоящий в скобках в формулах (11.23) — (11.25) множитель f , показывающий, во сколько раз ускоряется испарение или теплоотдача относительным движением среды, обычно называют ветровым множителем.

Для понижения температуры испаряющейся капли мы получаем вместо формулы (6.4) выражение

$$T_\infty - T_0 = \frac{LD}{x} \left(\frac{1 + \beta Re^{1/2} Sc^{1/2}}{1 + \beta Re^{1/2} Pr^{1/2}} \right). \quad (11.26)$$

Ввиду того что $(Sc/Pr)^{1/2} = (\kappa/D)^{1/2} \approx 1$, понижение температуры свободной капли сравнительно мало зависит от ее скорости относительно среды. Иначе обстоит дело с подвешенной каплей: по мере увеличения скорости движения среды скорость испарения и скорость непосредственной передачи тепла от среды к капле возрастают согласно формулам (11. 23) и (11. 25). Скорость же теплопередачи через нить [см. формулу (7. 5)], как легко убедиться, возрастает значительно медленнее, так что при достаточно большой скорости движения температура подвешенной капли будет приближаться к температуре свободной капли. Действительно, в психрометре с вентиляции (Ассмана) константа A возрастает со скоростью продувания и уже при 4 м/сек достигает значения 2,1 (теоретическое значение для свободной капли $A = 2,4$; см. стр. 33).

Так как Re пропорционально r , то из формулы (11. 23) следует, что при испарении в потоке $dr^2/d\theta$ уже не постоянно, а медленно уменьшается по абсолютной величине по мере испарения капли. Наблюдавшаяся в ряде экспериментальных работ линейная зависимость между r^2 и θ может приближенно сохраняться лишь при малых изменениях r . В случае постоянства скорости потока (например, в опытах с подвешенными в потоке каплями) ход испарения можно рассчитать следующим образом. Представим формулу (11. 24) в виде

$$I_f = -4\pi r^2 \gamma \frac{dr}{d\theta} = 4\pi r D (c_0 - c_\infty) \left[1 + \beta Sc^{1/2} \left(\frac{2U_0}{v} \right)^{1/2} r^{1/2} \right] \quad (11.27)$$

или, обозначая

$$D(c_0 - c_\infty)/\gamma = \vartheta, \quad \beta Sc^{1/2} \left(\frac{2U_0}{v} \right)^{1/2} = \varepsilon,$$

$$-\frac{rdr}{1 + \varepsilon r^{1/2}} = \vartheta d\theta. \quad (11.28)$$

Интегрируя, находим выражение для времени уменьшения радиуса капли от r_1 до r :

$$\vartheta \theta = \int_{r_1}^r \left(\frac{2}{3} \frac{r^{3/2}}{\varepsilon} - \frac{r}{\varepsilon^2} + \frac{2r^{1/2}}{\varepsilon^3} - \frac{2\ln(1 + \varepsilon r^{1/2})}{\varepsilon^4} \right). \quad (11.29)$$

Полагая $r_1 = 0$, мы видим, что стоящее в скобках выражение равно времени θ_0 полного испарения капли с радиусом r .

Построенные Джонстоном и Идсом [54] по этой формуле графики ($\lg \theta_0$, $\lg r$) оказались почти прямолинейными. По ним можно рассчитать θ_0 для заданных условий опыта.

В заключение остановимся кратко на влиянии вызванной охлаждением испаряющихся капель свободной конвекции на скорость испарения. В этом вопросе еще нет ясности. Измерения теплоотдачи от металлических шаров в условиях свободной конвекции привели к зависимости [34]:

$$Nu = 2 + 0,60 Pr^{1/4} Gr^{1/4}, \quad (11.30)$$

где

$$Gr = \frac{8r^3 g (T_\infty - T_0)}{\nu^2 T_\infty} \quad (11.31)$$

— число Грасгофа. Аналогичной зависимости следует, очевидно, ожидать и для испарения. Однако эти измерения производились в условиях, когда свободная конвекция не тормозилась стенками сосуда и т. п.; формула (11.30), очевидно, относится к свободной конвекции в безграничном пространстве, и к опытам, проводимым в небольших сосудах, неприменима. Действительно, в случае водяных капель с $r = 0,5$ мм и $T_\infty - T_0 = 10^\circ$ $Gr \approx 1$ и, согласно формуле (11.30), $Nu \approx 2,6$, т. е. свободная конвекция должна увеличить скорость испарения в 1,3 раза, что явно противоречит опытными данным (например, Ленгстрота), полученным в небольших сосудах.

§ 12. ОПЫТЫ С ЗАКРЕПЛЕННЫМИ КАПЛЯМИ В ПОТОКЕ

Самые точные и надежные измерения скорости испарения капель, движущихся по отношению к среде, были выполнены (как и в ранее рассмотренном случае неподвижных капель) на закрепленных каплях, обдуваемых током газа. Очень небольшое число работ было проведено с каплями, помещенными на плоской поверхности. Е. Старокадомская [55] изучала этим методом испарение водяных капель и нашла, что поверхность капель уменьшалась экспоненциально со временем. Этот результат можно объяснить лишь тем, что при испарении капель они, по-видимому, сохраняли свое основание, т. е. делались более плоскими. В. Пьянков [56] получил для капель ртути с $r = 0,22 - 0,85$ мм в токе воздуха правильную зависимость скорости испарения

I от r и пропорциональность I и $U_0^{0,66}$. Скорость испарения быстро падала с течением времени вследствие окисления поверхности капель.

В большинстве работ капли подвешивались на тонких нитях. Первое измерение скорости испарения капель в потоке предприняли, по-видимому, Майама и Тогино [57]. Капли воды и ряда летучих органических жидкостей с $r = 0,1$ мм, нанесенные на горизонтальную стеклянную нить с радиусом 2,5 μ , обдувались током воздуха со скоростью 0—18 м/сек. Было найдено, что $dr^2/d\theta = K$, но для зависимости константы K от скорости потока получено неправильное выражение: $K = A - B \exp(-\beta U_0)$.

Упомянутые на стр. 36 опыты Е. Г. Зак проводились также в потоке с $U_0 = 0,3 - 3,5$ м·сек⁻¹. Для времени жизни капли получено выражение $\theta_0 = \theta_0^0 / (1 + \beta U_0)$, где θ_0^0 соответствует неподвижной среде, т. е. для ветрового множителя получается неправильная формула $f = 1 + \beta U_0$. К аналогичному результату пришел и Такахаси [58].

Первое точное измерение скорости испарения подвешенных капель в потоке было выполнено в весьма тщательно поставленной работе Фресслинга [16], послужившей образцом для всех дальнейших аналогичных исследований.

Опыты проводились при 20° с каплями воды, анилина и нитробензола и с твердыми шариками из нафталина с $r = 0,1 - 0,9$ мм, подвешенными на стеклянных нитях с радиусом $a = 10 - 100$ μ (капли органических веществ) или на константан-манганиновой термопаре с $a_1 = 25$ μ и $a_2 = 50$ μ (водяные капли). Капли помещались на расстоянии 20 см над выходным отверстием (диаметром 10 или 20 см) вертикальной аэродинамической трубы. Обдувание капель снизу имеет, по мнению автора, следующие преимущества перед горизонтальным обдуванием: во втором случае капля смещается в направлении потока, форма ее искажается, а нить несколько искажает поле течения около капли. Кроме того, свободная конвекция, вызываемая охлаждением капли, меньше искажает вертикальный поток, чем горизонтальный.

Скорость потока изменялась в пределах 0,2—7 м·сек⁻¹. Скорость испарения измерялась путем периодического фотографирования капли (при остановленном потоке) с семикратным увели-

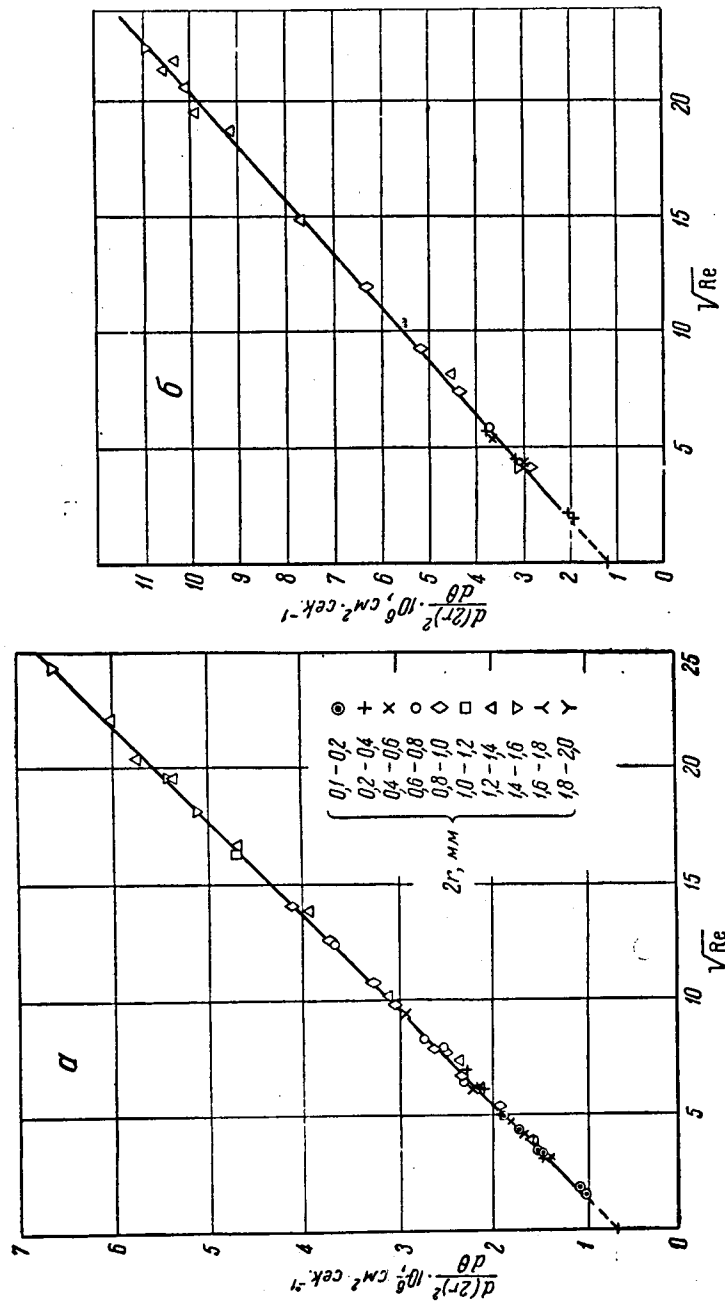


Рис. 11 (а, б). Испарение подвешенных капель в потоке (Фреслинг):

а — нитробензол; б — анилин

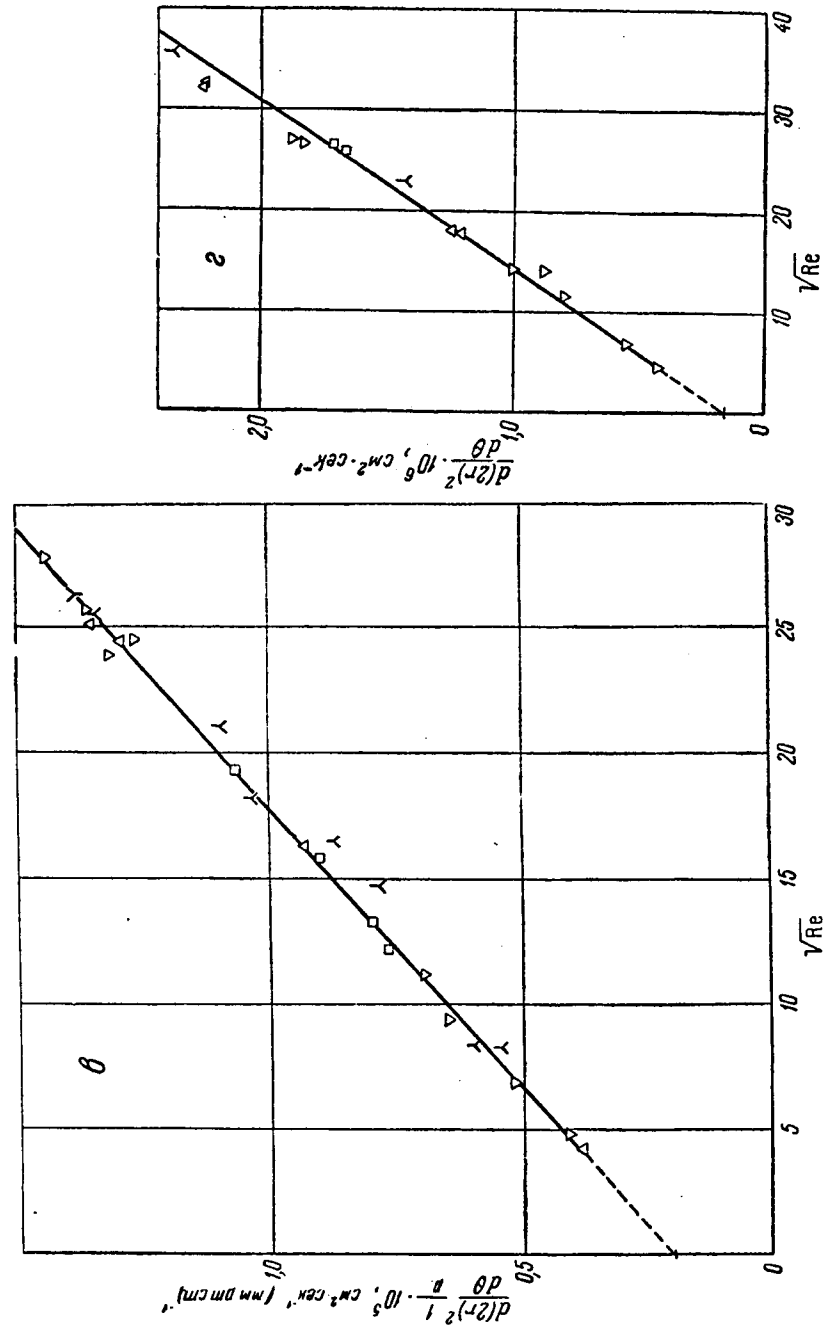


Рис. 11 (е, з). Испарение подвешенных капель в потоке (Фреслинг):

е — вода; з — нафталин

чением. Так как форма капель несколько отличалась от сферической (см. рис. 8), то их объем вычислялся по микрофотографии при помощи графического интегрирования с точностью 0,1%. Колебания температуры воздушного потока не превышали $\pm 0,1\%$. Большое внимание было уделено точному измерению скорости течения в месте нахождения капли. По оценке автора, ошибки в этих измерениях не превышали 1%. Понижение температуры капель органических веществ, составлявшее всего несколько десятых долей градуса, вычислялось теоретически и для проверки измерялось с помощью термпары. В случае водяных капель в основу расчетов принималась только температура, показываемая термпарой; связанная с этим небольшая ошибка (см. стр. 28) Фресслингом не учитывалась. Определение скорости испарения капель органических веществ в неподвижном воздухе производилось в закрытом цилиндрическом сосуде диаметром 5 см, стенки которого были покрыты активным углем. Для водяных капель эта скорость вычислялась по табличным данным, но вводилась поправка на скачок концентрации по формуле (5.10). Автор рассмотрел также ряд других факторов, которые могли бы влиять на точность результатов [отступления от сферичности капель, турбулентность потока, сжимаемость воздуха, возможность загрязнений в исследуемых препаратах, кельвиновская поправка, неидеальность пара, стефановский поток (см. § 2)] и показал, что влияние всех этих факторов не превосходит ошибок измерений.

Полученные Фресслингом результаты приведены на рис. 11, из которых видно, что зависимость $Sh = 2(1 + KRe^{1/4})$ соблюдалась во всем исследованном интервале значений Re (2,3—1280). На графиках указаны также размеры капель, с которыми получены экспериментальные точки. Из сопоставления значений коэффициента K при различных значениях числа Sc , изменявшихся от 0,7 до 2,7, установлено, что K пропорционально $Sc^{1/4}$. Таким образом, опыты Фресслинга подтвердили правильность формулы (11.23), причем для константы β получено значение 0,276, не очень сильно отличающееся от теоретически выведенного Швецом значения 0,34 (см. стр. 56).

Сравнительно большой разброс экспериментальных точек для водяных капель Фресслинг объясняет ошибками при измере-

нии влажности воздуха, а для нафталиновых шариков — неровностью их поверхности.

Весьма интересны полученные Фресслингом при помощи нафталиновых шариков данные о распределении скорости испарения по поверхности обдуваемого шара, представленные на

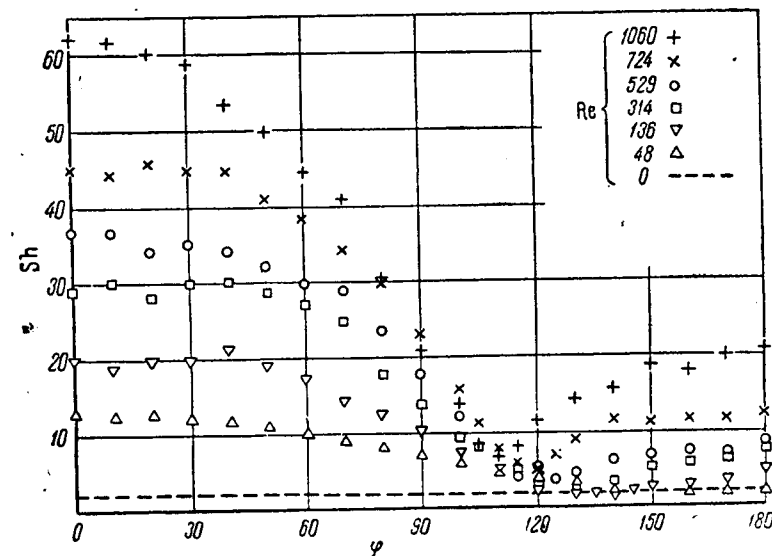


Рис. 12. Распределение скоростей испарения по поверхности нафталинового шарика в потоке (Фресслинг)

рис. 12, где по оси ординат отложены местные значения числа Sh , а по оси абсцисс — выраженное в градусах расстояние φ соответствующей точки от лобовой точки. Мы видим, что при $\varphi = 110^\circ$ скорость испарения минимальна, а затем снова возрастает по мере увеличения φ . Общая же скорость испарения с задней половины шара примерно в десять раз меньше, чем с передней (наветренной) половины.

Основные опыты Ранца и Маршалла [34] проводились при комнатной температуре с каплями воды $r \approx 0,5$ мм, подвешенными на капиллярном кончике микробюретки, имевшем радиус 30—50 μ и покрытом гидрофобным слоем с целью уменьшить искажение поверхности капли и воспрепятствовать вползанию ее вверх по капилляру (см. рис. 7). Капли обдувались снизу

сухим воздухом. Из бюретки в каплю непрерывно подавалась вода с такой скоростью, чтобы размер капли оставался постоянным. Таким образом, скорость испарения равнялась скорости подачи воды. Для измерения температуры капли в нее сбоку вводилась одна из серии константано-манганиновых термопар

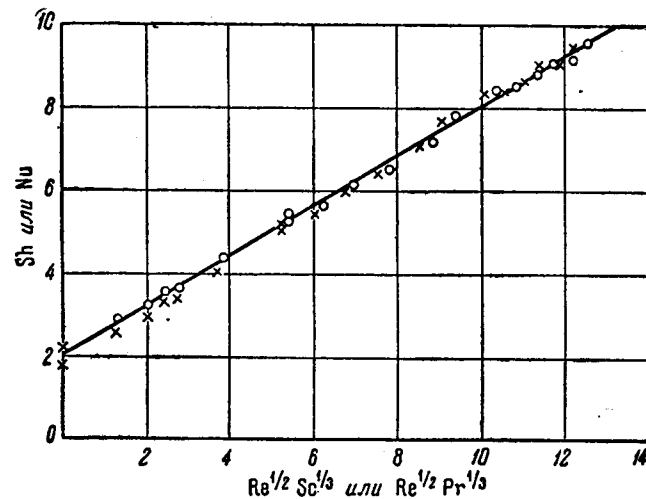


Рис. 13. Испарение (крестики) и теплопередача (кружки) к подвешенной капле воды $r = 0,48$ мм в потоке сухого воздуха (Ранц и Маршалл)

с радиусами проволок $a = 37, 25, 12$ и 6 μ . Результаты измерений экстраполировались к $a = 0$. Установлено, что показания термопар не зависели от положения их в капле. При вычислении числа Nu по скорости испарения капли вводились поправки на лучеиспускание, перенос тепла по капилляру (как он вычислялся — не указано) и на охлаждение поступающей из бюретки воды до температуры капли.

Результаты этих измерений представлены на рис. 13. Прямая соответствует формулам (11.23) и (11.25) с $\beta = 0,30$. Измерения при $Re = 0$, проводившиеся в сосуде с поглощающими стенками, привели к значению $Nu = 2,23$, что авторы объясняют влиянием конвекции. Впрочем, возможно, что авторы приняли заниженную величину для теплопередачи через капилляр (эта ошибка характерна для большинства работ по методу подвешенной

капли). Экспериментальные точки для Sh при небольших Re , как видно из рис. 13, несколько ниже, чем для Nu , а при $Re = 0$ найдено $Sh = 1,79$. По мнению авторов, заниженные значения Sh могут быть вызваны неучтенным авторами скачком концентрации пара у поверхности капель, неточностью табличных

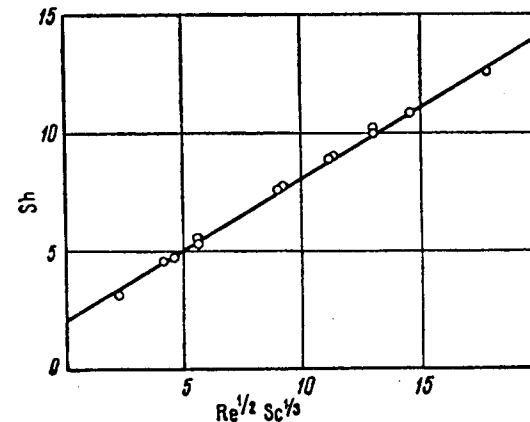


Рис. 14. Испарение подвешенных капель бензола ($r = 0,55$ мм) в потоке (Ранц и Маршалл). Пунктиром показан график для водяных капель

значений D и тем, что при малых скоростях потока в него мог попасть благодаря конвекционным токам влажный комнатный воздух.

На рис. 14 приведены результаты опытов Ранца и Маршалла с каплями бензола. Мы видим, что экспериментальные точки прекрасно ложатся на прямую, тождественную с прямой на рис. 16. Таким образом, здесь получено очень хорошее подтверждение теоретической зависимости Sh от Sc .

Аналогичные результаты получены были в опытах с водяными каплями при повышенных (до 220°) температурах, хотя разброс экспериментальных точек был, конечно, больше. От описанного выше метода измерения скорости испарения в данном случае пришлось отказаться: капли подвешивались на нитях и так как они испарялись очень быстро, с них делались микрокиноснимки.

Приведем еще данные Ранца и Маршалла о влиянии скорости потока на температуру испаряющихся водяных капель ($r \approx$

$\approx 0,5$ мм). Для воды это влияние незначительно: так, при температуре воздуха $21,7^\circ$ при изменении Re от 2,1 до 180 температура капли t_0 снизилась с $7,3^\circ$ лишь до $7,0^\circ$. В случае бензола эффект был более заметным. При $Re=2,5, 21$ и 215 t_0 равнялось, соответственно, $+1,1^\circ, 0^\circ$ и $-1,0^\circ$. Заметим, что зависимость t_0 от скорости потока определяется двумя факторами. Теплопередача через подвес всегда уменьшает величину $t_\infty - t_0$, но тем менее,

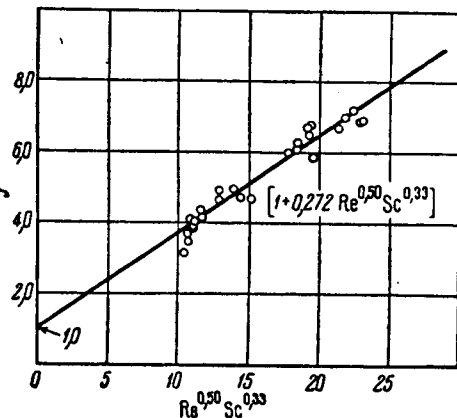


Рис. 15. Испарение подвешенных капель норм. пентана в потоке (Хсу и др.)

чем больше Re (см. стр. 61), и поэтому под действием этого фактора t_0 должно падать с возрастанием Re . Второй фактор — отношение Sc/Pr в формуле (11.26). Для воды это отношение немного меньше единицы и поэтому правая часть формулы (11.26) должна слегка убывать с увеличением Re , что отчасти компенсирует эффект первого фактора. Для бензола же $Sc/Pr \approx 2$ и оба эффекта складываются. По наблюдениям авторов, измеренные температуры капель были близки к температуре, показываемой в тех же условиях термометром со смоченным той же жидкостью шариком: разница в значениях $t_\infty - t_0$ для капли и термометра не превышала 4%.

Пользуясь тем же методом, что и предыдущие авторы, т. е. поддерживая постоянным радиус капли, Хсу, Сато и Сейдж [59] измерили скорость испарения капель гептана с $r \approx 0,9$ мм при 37° и числах Re 70—300.

Радиус капилляра, на котором подвешивались капли, варьировал от 0,1 r до 1 r . Измерялась также степень турбулентности потока, равнявшаяся 0,013. Для гептана $Sc \approx 2,1$. Температура капли измерялась платиново-константановой термопарой с $a = 12 \mu$ с поправками на теплопередачу через термопару (как вычислялась эта поправка — не указано). Результаты измерений

представлены на рис. 15. Прямая, проведенная с таким расчетом, чтобы она прошла через точку $Sh=2, Re=0$, соответствует формуле Фресслинга с $\beta=0,272$.

В этой работе было обращено большое внимание на влияние формы капель на скорость испарения. Ввиду большого размера капель и сравнительно малой величины поверхностного натяжения гептана форма капель в этих опытах очень сильно отличалась от сферической: на тонких капиллярах капли имели грушеобразную форму, на толстых — форму усеченного сверху шара. Результаты своих опытов авторы выразили формулой

$$Sh = 2(1 + 0,272 Re^{0,5} Sc^{0,33}) [1 + 1,147(1 - \mu)] \times [1 - 0,0371(1 - h/d)]. \quad (12.1)$$

Параметр μ , определяющий степень сферичности капли, равен $6v/Sd$, где v — объем, S — поверхность, d — максимальный горизонтальный диаметр капли (для шара $\mu=1$), h высота капли. При этом в выражение для Sh [см. (11.3)] авторы вставили вместо r отношение $3v/S$. Что касается последнего множителя в формуле (12.1), то его физический смысл понятен: согласно сказанному выше о форме капли, отношение h/d убывает с увеличением толщины капилляра, т. е. с уменьшением свободной поверхности капли; при этом скорость испарения также уменьшается.

В работе Джонстона и Идса [54] измерялась скорость испарения капель дибутилфталата ($r=0,2-0,35$ мм), подвешенных на стеклянных нитях, и расплавленной серы ($r=0,4-0,5$ мм) на вольфрамовых нитях при $130-190^\circ$ в короткой горизонтальной трубке диаметром 2 см. Авторы определяли время полного испарения капли θ_0 в функции ее начального радиуса r . Полученные ими графики ($\lg \theta_0, \lg r$) хорошо ложились на теоретически вычисленные графики [см. формулу (11.29)] и из них можно было определить величину Φ , а отсюда коэффициенты диффузии паров. К сожалению, отсутствие соответствующих литературных данных для этих температур не дает возможности проверить правильность полученных авторами результатов.

В опытах Н. П. Тверской [60—62] определялась (с помощью микроскопа) скорость испарения капель воды ($r=0,2-0,8$ мм), подвешенных на термопаре в аэродинамической трубе при различной температуре и влажности воздуха. Найдено, что величина

коэффициента β в формуле Фресслинга возрастает с Re . При $Re = 10, 20, 100, 200$ и $300-500$ β равно, соответственно, 0,10; 0,15; 0,18; 0,24 и 0,26. Последнее значение очень близко к найденному Фресслингом. Заниженная величина β при небольших Re , вероятно, объясняется ошибками при измерении температуры капли термпарой. На это, по-видимому, указывает тот факт, что вычисленное Н. П. Тверской по скорости испарения и по измеренной величине $t_\infty - t_0$ значение числа Nu при $Re=0$ равно 2,8 вместо 2.

Аналогичные результаты получены А. П. Сокольским и Ф. А. Тимофеевой [63], работавшими с водяными каплями, $r = 0,5-1$ мм. Результаты своих опытов при $Re=0,7-200$ авторы выразили формулой $Sh=2(1+0,08 Re^{0,5})$, а при $Re>200$ получили $Sh=0,52 Re^{0,5}$, что соответствует $\beta \approx 0,29$.

В опытах В. А. Федосеева и Д. И. Полищука [64] с водяными каплями при $25-100^\circ$ получены результаты, противоречащие как теории (см. [65]), так и данным всех других исследователей.

Для полноты следует упомянуть также о результатах измерений скорости испарения и теплоотдачи на сравнительно больших шариках. В случае испарения для этого применялись шарики из пористых материалов, орошаемых жидкостью, причем подача жидкости регулировалась так, чтобы поверхность шариков была все время смочена тонким слоем жидкости. Температура поверхности шарика измерялась термпарой. Ван-Кревелен и Гофтицер [66] измерили таким путем скорость испарения воды из поверхности марлевых шариков $r=3-7,5$ мм и пришли к соотношению $Sh=0,50 Re^{1/3} Sc^{1/3}$.

Ингебо [67] определял скорость испарения ряда органических жидкостей при $20-500^\circ$ с поверхности пробковых шариков $r=3,44$ мм при $Re=1000-1600$ и пришел к формуле $Sh=2 + 0,30 (ReSc)^{0,6}/\kappa_1$, где κ и κ_1 — коэффициенты теплопроводности воздуха и пара жидкости. В работе Майзеля и Шервуда [68] применялись шарики из силиката кальция с $r=13-17$ мм, смачиваемые водой или бензолом, при $Re=2000-50\ 000$. Найдено, что Sh пропорционально $Re^{0,56}$. Отношение чисел Sh для бензола и воды оказалось меньше, чем вычисленное по формуле $Sh = K Sc^{1/3}$. По мнению авторов, бензол испарялся так быстро, что

поверхность шарика не была полностью смочена. По-видимому эта же причина исказила результаты опытов Ингебо. Следует еще учесть то обстоятельство, что при больших скоростях течения и высоком давлении пара капля следует считаться с возможностью взаимодействия между процессами диффузии и теплопередачи в пограничном слое.

Майзель и Шервуд изучали также влияние степени турбулентности потока на скорость испарения при $r=13$ мм. При повышении степени турбулентности с 0,035 (естественная турбулентность в аэродинамической трубе) до 0,24 скорость испарения повысилась на 18% при $Re=2440$ и на 25% при $Re=19\ 500$. Так как влияние турбулентности на скорость испарения взвешенных в потоке частиц должно убывать при уменьшении размеров частиц, то уже для частиц порядка 1 мм влияние это, по-видимому, незначительно (см., впрочем, стр. 87).

Сюда же относятся опыты Д. Н. Вырубова [69], определявшего скорость сорбции аммиака из воздушного потока на эбонитовых шариках, $r=5, 7,5$ и 10 мм, покрытых слоем фосфорной кислоты. Полагая, что скорость сорбции определяется только диффузией, Вырубов нашел для интервала $Re=200-3000$ соотношение $Sh=0,62 \cdot Re^{0,5}$.

Из исследований по теплоотдаче от нагретого шара в воздушном потоке упомянем работу Д. И. Ляховского [70], получившего на стальных шариках $r=1,2-7,5$ мм зависимость $Nu = 0,62 Re^{0,5}$ при $Re=150-30\ 000$, и Крамерса [71]. Последний пришел к формуле $Nu=3,2 + 0,59 Re^{0,5}$ для $Re=170-2000$, причем член 3,2 найден экстраполяцией к $Re=0$. Так как для воздуха $Pr \approx 0,77$, то данные Ляховского и Крамерса соответствуют значениям коэффициента β , равным 0,33 и 0,32.

Весьма интересны результаты опытов Годсейва [72] по скорости испарения подвешенных на кварцевых нитях капель горючих жидкостей, с $r \approx 0,7$ мм, окруженных на расстоянии в несколько миллиметров зоной пламени. Температура обращенного к каплям фронта пламени составляла $\sim 1700^\circ$, а температура капли, по мнению автора, равнялась температуре кипения жидкости. В этих условиях имела место сильнейшая конвекция, так что этот случай следует рассматривать, как испарение в потоке. Как уже говорилось, при огромных градиентах температуры,

существующих в условиях таких опытов, явления диффузии и теплопередачи весьма усложняются и простая теория, изложенная выше, уже недостаточна. Действительно, рассчитанное автором из его измерений число Nu для капель бензола составляло 0,64, тогда как теоретически вычисленная его величина равнялась ~ 3 .

§ 13. ОПЫТЫ СО СВОБОДНО ПАДАЮЩИМИ КАПЛЯМИ

Из приведенного в предыдущем параграфе материала видно, что формула Фресслинга хорошо согласуется с опытом при не очень малых числах Re . Весьма важный для физики аэрозолей вопрос о скорости испарения капель при малых Re не удалось разрешить при помощи метода подвешенных капель по следующим причинам. При тех размерах капель, с которыми получают наиболее точные результаты ($r \approx 0,5 \text{ мм}$) в воздухе $Re \approx 0,6 U_\infty$, т. е. для $Re = 0,1$ следует иметь скорость течения $\sim 0,2 \text{ см} \cdot \text{сек}^{-1}$. Работа при таких малых скоростях течения наталкивается на ряд трудностей, вызванных прежде всего конвекцией. Кроме того, необходимое в таких исследованиях точное значение скорости испарения в неподвижной по отношению к капле среде приходится, как мы видели выше, определять по той же причине (конвекции) в другой аппаратуре — сосуде с поглощающими стенками. Неизбежные небольшие различия, вызванные применением разной аппаратуры, сказываются весьма сильно на результатах при малых Re , т. е. при близком к единице ветровом множителе. Поэтому в этом случае целесообразно применение метода свободных капель. В сущности говоря, описанные в § 10 опыты в конденсаторе Милликена относятся к свободно движущимся по отношению к среде каплям, однако при столь малых радиусах ($\sim 1\text{--}2 \text{ м}$) и соответственно малых числах Re (порядка $10^{-5}\text{--}10^{-4}$), при которых влияние движения на скорость испарения ничтожно мало.

Для более крупных капель был применен следующий метод: со свободно падающих капель делают мгновенные фотоснимки через определенные промежутки времени и отсюда определяют скорость падения капель в функции времени. Принимая, что движение капель квазистационарно, т. е. что сопротивление

среды не зависит от ускорения капель, определяют по формуле Стокса радиус капли и отсюда находят скорость испарения в функции радиуса и скорости движения капли. Процесс испарения в этом случае нельзя, конечно, считать стационарным, но обсуждение этого вопроса мы отложим до следующей главы.

Первые измерения по этому методу были проведены Хазеном [73] с каплями, растущими в камере Вильсона. На рис. 16

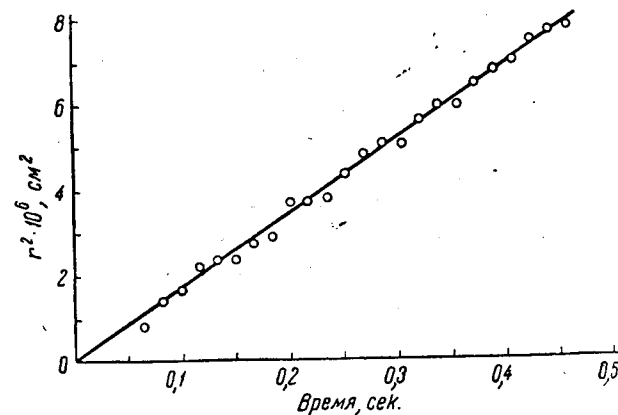


Рис. 16. Рост свободно падающей капли этанола в наполненной водородом камере Вильсона (Хазен)

приведен результат одного из опытов Хазена с каплями этилового спирта в водороде при пересыщении 1,15; делалось 30 снимков в секунду. По оси ординат отложены значения квадрата радиуса растущей капли, вычисленные, как указано выше. Начальную стадию процесса роста капелек исследовать невозможно вследствие их малого размера и конвекционных токов. Надежные данные можно получить примерно через 0,1—0,2 сек. после начала образования капель. Экстраполированные Хазеном к $\theta=0$ (моменту расширения) графики проходили через начало координат. Как видно из рис. 16, экспериментальные точки хорошо ложатся на прямую в координатах (r^2, θ) , которую следовало ожидать при квазистационарности процесса конденсации. График соответствует радиусам $10\text{--}28 \text{ м}$ и числам Re 0,01—0,30. Вычисленная теоретически по формулам (6.17) (в которой λ представляет собой пересыщение) и (1.13) скорость роста

капелек спирта в азоте совпала с найденной из опыта; в водороде же экспериментально найденная скорость роста была значительно меньше теоретической. Аналогичные результаты получены Барретом [74]. Как ни интересны опыты в камере Вильсона, точность их, естественно, весьма невелика.

Д. И. Вырубов [75] изучал скорость испарения капель воды с $r \approx 1$ мм, падавших в вертикальной трубе длиной 1 м, через которую сверху вниз продувался со скоростью $1 \text{ м} \cdot \text{сек}^{-1}$ подогретый до $40\text{—}100^\circ$ воздух. Капли падали в сосуд с водой, защищенной от испарения слоем масла; их размер определялся по привесу сосуда. Делая ряд упрощающих предположений, Вырубов представил полученные им результаты формулой $Sh = 0,52 Re^{1/2}$ при $Re = 100\text{—}500$.

В работе Топпса [76] капли α -метилнафталина, индола и ксилола ($r = 0,3\text{—}0,5$ мм) падали через вертикальную трубу длиной 43 см, нагретую до $400\text{—}900^\circ$, т. е. выше температуры кипения жидкостей, на твердую углекислоту, замерзали и измерялись микроскопом. Вычисленная отсюда скорость испарения (убыли в весе) капель оказалась пропорциональной $r^{1,6}$. По-видимому, автор допустил существенные ошибки либо в измерениях, либо в расчетах.

В исследованиях Кинцера и Ганна [28], проведенных при температурах $0\text{—}40^\circ$ и относительной влажности $10\text{—}100\%$ с водяными каплями, для капель с $r = 5\text{—}70$ мкм применялся метод мгновенных фотоснимков при боковом освещении, однако в отличие от опытов в камере Вильсона, концентрация пара в окружающей среде определялась не расчетами, а точно измерялась. Капли свободно падали в трубе квадратного сечения. Для капель с $r = 0,02\text{—}0,5$ мм опыты проводились в трубах длиной в 2 и в 200 м. Трубы были герметичны, и конвекция в них по наблюдениям авторов была незначительной. По оси труб на равном расстоянии одна от другой были установлены горизонтально металлические изолированные кольца. Капли выпускались из капилляра, соединенного с полюсом батареи, и получали в момент отрыва электрический заряд. Пролетая через кольцо, капля вызывала в нем электрический импульс, усиливаемый и регистрируемый на движущейся ленте. Таким путем определялась скорость падения капли. Так как ранее [77] авторы

изучили на той же установке зависимость между скоростью падения и размером капли, то из полученных данных можно было определить скорость испарения в функции скорости падения капель.

Для определения температуры свободно падающих капель был применен следующий оригинальный метод: каплям давали падать в наполненную водой кюветку. Пользуясь методом свилей, можно было установить различие в показателях преломления воды в кювете и в капле, вызванное разностью температур. Вода в кювете подогревалась или охлаждалась до исчезновения свилей и таким путем температура капли определялась с точностью $0,5^\circ$. Как показали опыты, температура свободно падающей капли и смоченного шарика вентилируемого термометра весьма близки, поэтому последняя и бралась в основу расчетов.

Для капель с $r = 0,5\text{—}1,5$ мм применялась коническая трубка высотой 80 мм с нижним диаметром 2,5 и верхним 6 мм. Через трубку продувался с постоянной скоростью воздух. Помещенная в трубку капля принимала в ней определенное положение, при котором вес капли уравнивался гидродинамической силой (принцип ротаметра). По мере испарения капля поднималась вверх по трубке. Для градуировки трубки капля выбрасывалась из нее током воздуха в сосуд со слоем масла и измерялась под микроскопом.

Для капель $r > 1,5$ мм бралась цилиндрическая трубка и скорость воздуха в ней регулировалась так, чтобы положение введенной в поток капли с известной заранее массой было более или менее постоянным. Через некоторое время капля выбрасывалась из трубки и измерялась, как указано выше. К сожалению, авторы не приводят никаких данных о степени точности своих измерений.

Для $Re = 100\text{—}1600$, т. е. $r = 0,3\text{—}1,5$ мм авторы получили зависимость $Sh = 2(1 + \beta Re^{1/4} Sc^{1/4})$, $\beta = 0,23$. При $Re > 1600$ коэффициент β начинает возрастать, вероятно вследствие сильного искажения формы капель, наблюдающегося в этой области.

Наибольший интерес представляют измерения Кинцера и Ганна в области очень малых чисел Re , представленные на рис. 17. Здесь по оси абсцисс отложен диаметр капель, по оси ординат — ветровой множитель. Мы видим, что при $r \leq 40$ м, т. е. $Re \leq 0,9$

ветровой множитель равен единице в полном согласии с изложенными на стр. 58 соображениями. При дальнейшем увеличении Re ветровой множитель, по данным Кинцера и Ганна, начинает быстро возрастать; коэффициент β также быстро возрастает от нуля до максимального значения, приблизительно равного 0,46

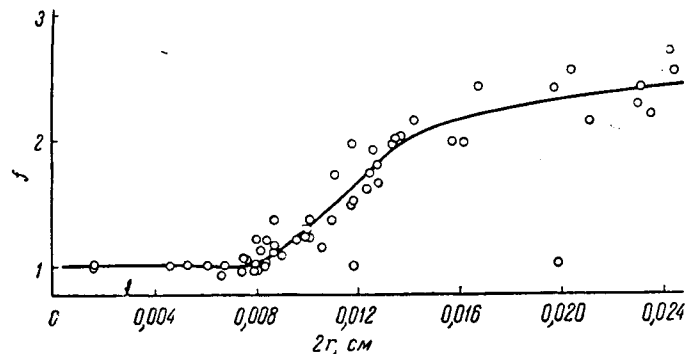


Рис. 17. Испарение свободно падающих в воздухе водяных капель (Кинцер и Ганн)

при $Re=4$, а затем постепенно падает до указанного выше значения 0,23 при $Re=100$. Таким образом, результаты Кинцера и Ганна для области $Re=1-100$ находятся в резком противоречии с данными других авторов, согласно которым в этой области β имеет такую же или даже меньшую величину, чем при больших Re .

Из изложенного видно, что вопрос о скорости испарения капель при небольших числах Рейнольдса нельзя считать разрешенным.

ГЛАВА III

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ИСПАРЕНИЕ И РОСТ КАПЕЛЬ

§ 14. НЕСТАЦИОНАРНОЕ ИСПАРЕНИЕ КАПЕЛЬ, НЕПОДВИЖНЫХ ПО ОТНОШЕНИЮ К СРЕДЕ

Как уже указывалось, для нестационарного испарения капель экспериментальные данные практически отсутствуют, теория же разработана для сравнительно немногих случаев. К счастью, как будет видно из следующего ниже, испарение небольших капель можно с большой степенью приближения рассматривать как квазистационарный процесс.

Рассмотрим кинетику испарения неподвижной капли, помещенной в момент $\theta = 0$ в бесконечно протяженную среду с концентрацией пара c_∞ . При этом мы сперва пренебрежем понижением температуры капли. Задача сводится к решению дифференциального уравнения

$$\frac{\partial(c\rho)}{\partial\theta} = D \frac{\partial^2(c\rho)}{\partial\rho^2} \quad (14.1)$$

или

$$\frac{\partial c}{\partial\theta} = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial\rho^2} + \frac{2}{\rho} \frac{\partial c}{\partial\rho} \right) \quad (14.2)$$

при следующих начальном и граничном условиях:

$$c = c_\infty \text{ при } \theta = 0, \rho > r; \quad c = c_0 \text{ при } \theta > 0, \rho = r.$$

Решение дается известной формулой

$$c - c_\infty = \frac{(c_0 - c_\infty)r}{\rho} \operatorname{erf} \left(\frac{\rho - r}{2\sqrt{D\theta}} \right), \quad (14.3)$$

где

$$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-z^2} dz.$$

Из формулы (14.3) следует

$$I = -4\pi r^2 D \frac{\partial c}{\partial \rho_{\rho=r}} = 4\pi r D (c_0 - c_\infty) \left(1 + \frac{r}{\sqrt{\pi D \theta}}\right) = I_0 \left(1 + \frac{r}{\sqrt{\pi D \theta}}\right), \quad (14.4)$$

где I_0 соответствует квазистационарному процессу испарения. Для того чтобы оценить степень приближения к квазистационарности, сравним время θ_1 , за которое член $r/\sqrt{\pi D \theta}$ примет заданное малое значение, например 0,1 ($\theta_1 = 100 r^2 / \pi D$) с временем θ_0 полного испарения капли:

$$\frac{\theta_1}{\theta_0} = \frac{200 (c_0 - c_\infty)}{\pi \gamma}. \quad (14.6)$$

Для водяных капель, испаряющихся при 20° в сухом воздухе, $\theta_1/\theta_0 = 1,1 \cdot 10^{-3}$. Из формулы (14.6) следует, что существенное отступление от квазистационарности имеет место для капель с большим давлением пара, но в этом случае нельзя уже пренебрегать понижением температуры капель, т. е. следует рассматривать одновременно и концентрационную и температурную релаксации системы (см. ниже).

Весьма существенным для теории испарения капель является вопрос о влиянии уменьшения размера испаряющейся капли на скорость процесса. В данном случае удобнее рассмотреть случай роста капель в пересыщенной бесконечно протяженной среде. При квазистационарности процесса распределение концентраций пара выразится формулой [см. (1.7)].

$$c_\infty - c = \frac{r}{\rho} (c_\infty - c_0), \quad (14.7)$$

представленной на рис. 18 кривой I. Когда радиус растущей капли увеличится на Δr , квазистационарное распределение концентраций будет представлено кривой II. Действительное распределение отстает от квазистационарного и выразится некоторой кривой III. Из рисунка видно, что градиент концентрации у поверхности растущей капли, а следовательно, и скорость роста

несколько выше, чем в случае квазистационарности процесса. Для грубой оценки эффекта предположим, что действительное распределение концентраций выражается формулой

$$c_\infty - c = \frac{r}{\rho} (c_\infty - c_0) \psi(\rho), \quad (14.8)$$

где поправочный множитель ψ есть функция только ρ , а r есть функция времени. Найдя из формулы (14.8) $c\rho$ и подставляя в уравнение (12.1), получим

$$\psi \frac{dr}{dt} = Dr \frac{d^2 \psi}{d\rho^2}. \quad (14.9)$$

Примем для упрощения, что $(dr/dt)/r$ в течение некоторого небольшого интервала времени постоянно. Обозначая $(dr/dt)/rD = \beta^2$, приведем уравнение (14.9) к виду

$$\frac{d^2 \psi}{d\rho^2} = \beta^2 \psi, \quad (14.10)$$

откуда после интегрирования, учитывая, что при $\rho = r$ $\psi = 1$, получим

$$\psi = \exp[-\beta(\rho - r)]. \quad (14.11)$$

При этом в общем решении мы опустили член с $e^{+\beta\rho}$, так как $e^{\beta\rho}/\rho \rightarrow \infty$ при $\rho \rightarrow \infty$. Из формул (14.8) и (14.11) следует

$$\frac{\partial c}{\partial \rho_{\rho=r}} = (c_\infty - c_0) \left(\frac{1}{r} + \beta\right). \quad (14.12)$$

Таким образом

$$I = I_0 (1 + \beta r) = I_0 \left(1 + \sqrt{\frac{r(dr/dt)}{D}}\right), \quad (14.13)$$

где I_0 — скорость роста капли при квазистационарном режиме. Так как $4\pi\gamma r^2 dr/dt = 4\pi r D / (c_\infty - c_0)$, то окончательно получаем

$$I = I_0 \left(1 + \sqrt{\frac{c_\infty - c_0}{\gamma}}\right). \quad (14.14)$$

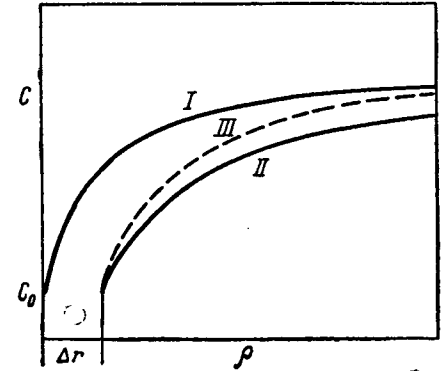


Рис. 18. Квазистационарное (сплошные кривые) и действительное (пунктирная кривая) распределение концентрации пара вблизи растущей капли

В случае испарения капли эффект будет иметь обратный знак — действительная скорость испарения несколько ниже квазистационарной, и в формуле (14.14) следует взять знак минус перед корнем. Мы видим, что эффект изменения величины капель при росте или испарении в обычных условиях невелик: при испарении водяных капель при комнатной температуре соответствующая поправка составляет несколько десятых долей процента. Таким образом, этим эффектом можно в большинстве случаев пренебречь, как это обычно и делается.

Лучак и Ленгстрот [78] решили эту же проблему методом последовательных приближений для случая испарения капли в сферическом сосуде с поглощающими стенками и с радиусом b и пришли к сходной формуле

$$I = I_0 / \left[1 + \frac{(c_0 - c_\infty) b}{3\gamma r} \right]. \quad (14.15)$$

В работе Франка [79] принято, что решение уравнения (14.1), $c(\rho, \theta)$ для капли, растущей по закону $dr^2/d\theta = \text{const.}$, представляет собой функцию переменной $s = \rho/\sqrt{D\theta}$. В действительности, как видно из уравнения (14.1), такой функцией может быть не c , а $c\rho$. Поэтому выводы этой работы неправильны.

Фриш и Коллинс [80] рассмотрели эту же задачу для граничного условия на поверхности капли $D\partial c/\partial \rho = c\alpha$ (см. стр. 19) или $\partial c/\partial \rho = c\alpha/l'$, где l' — величина порядка средней длины свободного пути молекул пара. При условиях $\gamma/c_0 \ll 1$ и $\gg l'^2/\alpha^2 D^2$ решение этой задачи дается формулой

$$r^2 - r_0^2 + \frac{2l'}{\alpha} (r - r_0) = 2c_\infty D\theta / \gamma. \quad (14.16)$$

Формула эта в сущности тривиальна, так как она показывает, что при $r \gg l'$ рост капли происходит по диффузионному механизму, а при $r \ll l'$ — по молекулярно-кинетическому (т. е., как в вакууме).

Для практики представляет большой интерес случай испарения капли с изменяющимся с течением времени давлением пара, например при испарении капли раствора. Решение уравнения (14.1) в том случае, когда концентрация равновесного с каплей

пара c_0 есть функция времени $c_0(\theta)$, выражается формулой [81]

$$c = \frac{2r}{\rho \sqrt{V\pi}} \int_{\frac{\rho-r}{2\sqrt{D\theta}}}^{\infty} c_0 \left[\theta - \frac{(\rho-r)^2}{4Dx^2} \right] e^{-x^2} dx, \quad (14.17)$$

из которой следует

$$I = -4\pi D r \frac{\partial c}{\partial \rho_{\rho=r}} = 4\pi D r c_0(\theta) \left[1 + \frac{r}{\sqrt{D\theta\pi}} + \frac{2(dc_0/d\theta)r\sqrt{\theta}}{c_0\sqrt{D\pi}} \right]. \quad (14.18)$$

Таким образом, в данном случае по окончании начальной релаксации поля концентраций (когда можно пренебречь членом $r/(D\theta\pi)^{1/2}$) скорость испарения будет отличаться от квазистационарной скорости на величину $2(dc_0/d\theta)r\sqrt{\theta}/c_0\sqrt{D\pi}$ и приближение к квазистационарности возможно лишь при достаточно

медленном изменении c_0 , например при $c_0(\theta) = c_0(0) + k\sqrt{\theta}$, $n > 2$.

В теории испарения системы капель можно с хорошим приближением считать, что каждая капля испаряется с той же скоростью, как если бы она находилась в сосуде с непоглощающими стенками, объем которого равен среднему объему, приходящемуся на одну каплю в системе. Для упрощения примем, что капля находится в центре сферического сосуда с диаметром $2b$, равным среднему расстоянию между соседними каплями в системе, и что начальная концентрация пара равна нулю. Таким образом, следует решить уравнение (14.1) с начальным условием c_0 при $\theta = 0$, $\rho > r$ и с граничными условиями $c = c_0$ при $\rho = r$ и $\partial c/\partial \rho = 0$ при $\rho = b$. Решение этой задачи дается формулой [82]

$$c = \frac{c_0 r}{\rho} \sum_i \exp(-D\alpha_i^2 \theta) \frac{\sin[\alpha_i(\rho-r)]}{\alpha_i} \frac{2(1+\alpha_i^2 b^2)}{b^2(b-r)\alpha_i^2 - r}, \quad (14.19)$$

где α_i — корни уравнения

$$\text{tg}[\alpha(b-r)] = \alpha b. \quad (14.20)$$

Отсюда следует

$$I = 4\pi D r^2 c_0 \sum_i \exp(-D\alpha_i^2 \theta) \frac{2(1+\alpha_i^2 b^2)}{b^2(b-r)\alpha_i^2 - r}. \quad (14.21)$$

Мы ограничимся при анализе этой формулы практически важнейшим случаем $r/b \ll 0,1$ [83]. В этом случае первый корень

уравнения (14.19) мы найдем, разлагая $\operatorname{tg}[\alpha(b-r)]$ в ряд и отбрасывая члены выше третьей степени: $\alpha_1^2 \approx 3r/(b-r)^3$. При $r=0$ корни уравнения (14.20) равны $b\alpha_2 = 4,5$, $b\alpha_3 = 7,7$ и т. д. Легко убедиться в том, что при условии $r/b \ll 0,1$ мы сделаем очень небольшую ошибку, принимая для корней те же значения. Поэтому формулу (14.21) можно переписать в виде

$$I = 4\pi Dr^2 c_0 \left[\frac{1}{r} \exp\left(-\frac{3rD\theta}{(b-r)^3}\right) + \frac{2}{b-r} \exp\left(-\frac{20D\theta}{b^2}\right) + \frac{2}{b-r} \exp\left(-\frac{60D\theta}{b^2}\right) \right] + \dots \quad (14.22)$$

При $\theta > b^2/20D$ можно пренебречь всеми членами ряда, кроме первого. Таким образом,

$$I \approx 4\pi Dr c_0 \exp\left(-\frac{3rD\theta}{(b-r)^3}\right). \quad (14.23)$$

Но эту же формулу мы получим, предполагая, что испарение происходит квазистационарно. Действительно, обозначим через c_θ концентрацию пара в момент θ на достаточно большом расстоянии от капли (где можно считать концентрацию независимой от r). Тогда при $r/b \ll 0,1$ можно с хорошим приближением принять, что общее количество пара в сосуде в момент θ равно $M = \frac{4}{3}\pi(b-r)^3 c_\theta$, а квазистационарная скорость испарения капли в момент θ равна $I = 4\pi r D(c_0 - c_\theta)$. Очевидно, $I = -dM/d\theta$ или

$$rD(c_0 - c_\theta) = \frac{1}{3}(b-r)^3 \frac{dc_\theta}{d\theta}. \quad (14.24)$$

Интегрируя это уравнение при начальном условии $c_\theta = 0$ при $\theta = 0$, мы, очевидно, придем к формуле (14.23).

Рейссом [84] эта же задача рассмотрена для случая равномерного изменения температуры системы капель.

В работе А. С. Духина [85] дана теория нестационарного испарения капель с учетом понижения их температуры. Рассмотрим случай капли, начальная температура которой совпадает с температурой среды. Задача сводится к решению нелинейного интегрального уравнения, из которого автором сделан ряд интересных выводов. Ввиду того что коэффициент температуропроводности жидкостей χ_f , вообще говоря, значительно меньше, чем у газов χ , а в случае небольших молекул пара, кроме того,

$\chi_f \ll D$, время температурной и концентрационной релаксации в окружающей испаряющуюся каплю среде значительно меньше времени «внутренней» температурной релаксации капли. Это значит, что вокруг капли сравнительно быстро (за время порядка r^2/D или r^2/χ) создадутся квазистационарные поля температур и концентраций, соответствующие температуре поверхности капли в данный момент и лишь значительно позже (за время порядка $r^2/\chi_f = \theta_i$) установится квазистационарный градиент температуры внутри капли. После этого, как показал Духин, процесс охлаждения капли принимает квазистационарный характер и его кинетика может быть найдена из уравнения температурного баланса

$$4\pi r L D(c_0 - c_\theta) d\theta - 4\pi r \kappa (T_\infty - T_\theta) d\theta + C_l \gamma \frac{4}{3} \pi r^3 dT = 0, \quad (14.25)$$

в котором первый член выражает количество тепла, пошедшего на испарение капли, второй — количество тепла, полученного каплей из окружающей среды, и третий — количество тепла, отнятого от капли (C_l — удельная теплоемкость капли). Вводя параметры Z и Γ (см. стр. 25; в случае испарения Z отрицательно), получим формулу:

$$\theta = \frac{\gamma C_l r^2}{3\kappa \Gamma} \int_0^Z \frac{dz}{S - e^z - \frac{z}{\Gamma}}. \quad (14.26)$$

При малых Z , разлагая e^z в ряд, беря первые два члена и интегрируя, находим для времени полной температурной релаксации капли (время достижения ею стационарной температуры)

$$\theta_r = \frac{r^2 \gamma C_l}{3\kappa(\Gamma+1)}. \quad (14.27)$$

Легко убедиться в том, что $\theta_r \gg \theta_i$ (θ_i — время внутренней температурной релаксации капли).

§ 15. НЕСТАЦИОНАРНОЕ ИСПАРЕНИЕ ДВИЖУЩИХСЯ КАПЕЛЬ

Нестационарное испарение капель, движущихся по отношению к среде, при малых Re , по-видимому, не отличается от испарения неподвижных капель, так как концентрационное и

температурное поле вокруг капли мало искажается движением. Вызванная трением капли о газообразную среду циркуляция внутри капли, способствующая выравниванию температуры в капле, при малых Re не играет существенной роли.

При больших Re теория нестационарного испарения капель проще, чем для неподвижных капель. Процессы диффузии и теплопередачи здесь в основном локализованы в узком пограничном слое и время релаксации полей температуры и концентрации при данной температуре поверхности в этом слое имеет величину порядка r/U , где U — скорость капли. Время внутренней температурной релаксации капли при больших Re будет значительно меньше, чем в неподвижных каплях благодаря упомянутой выше циркуляции. Время полной температурной релаксации капли θ_r можно найти, умножая два первых члена в уравнении (14.25) на соответствующие ветровые множители f . Пренебрегая различием между обоими ветровыми множителями, мы получим для θ_r вместо (14.27) формулу

$$\theta_r = \frac{r^2 \gamma C_l}{3\kappa f (\Gamma + 1)}. \quad (15.1)$$

Эта формула была проверена экспериментально Кинцером и Ганном [28]. Для этого водяные капли вводили в воздушный ротаметр с температурой воздуха, равной температуре капли, и по истечении известного времени останавливали воздушный поток и определяли указанным на стр. 77 способом температуру капли. Таким путем было определено время, за которое разность температур капли и равновесной (психометрической) температуры снижалось до $1/e$ первоначальной разности, т. е. время полной температурной релаксации капли. Для капель с $r = 1,35$ мм было найдено $\theta_r = 4,35$ сек; вычисление по формуле (15.1) дает $\theta_r = 3,6$ сек. Ввиду трудности таких измерений, совпадение можно считать удовлетворительным.

В заключение рассмотрим влияние турбулентности воздушного потока на скорость испарения капель. Так как турбулентные пульсации, полностью увлекающие капли, очевидно, не влияют на скорость их испарения и, кроме того, степень увлечения возрастает с увеличением отношения лагранжева периода пульсаций к времени механической релаксации капли [86], а энергия

пульсаций убывает с уменьшением их периода, то совершенно ясно, что влияние турбулентности на скорость испарения должно быстро возрастать с величиной капель.

В опытах с фиксированными каплями условия резко меняются, так как в этом случае эффективны все пульсации. Однако результаты этих опытов не могут быть применены к испарению свободных капель в турбулентном потоке за исключением таких больших капель, для которых степень увлечения равна нулю. Такого рода опыты были поставлены Ричардсоном [87] с каплями воды, бутанола, метилсалицилата, анилина и нитробензола с радиусом 0,25—0,75 мм при Re 0—100. Капли подвешивались в аэродинамической трубе на термисторе, через который пропусклся ток, компенсирующий охлаждение капли за счет испарения, так что температуры капли и воздуха были равны. Из измерений находилась скорость притока тепла к капле, а отсюда и скорость испарения. На расстоянии 5 см перед каплей помещалась турбулизирующая сетка 30 или 10 меш. Степень турбулентности была 0,04 в первом и 0,08 во втором случае, а скорость испарения в первом случае была в среднем на 10% выше, чем во втором. Скорость испарения со второй сеткой была в свою очередь на 0—15% выше, чем в опытах Фресслинга. Учитывая, что в опытах Фресслинга воздушный поток также обладал естественной турбулентностью с интенсивностью такого же порядка, как у Ричардсона, из опытов последнего можно сделать лишь вывод, что мелкомасштабные пульсации влияют на испарение сильнее, чем крупномасштабные, даже при полном отсутствии увлечения капель. Этот вывод нуждается, впрочем, в дополнительной проверке.

В единственной опубликованной до настоящего времени теоретической работе по испарению капель в турбулентном потоке, принадлежащей Фришу [88], вопрос рассматривается крайне упрощенно: принимается, что благодаря турбулентности капля обладает какой-то постоянной средней скоростью \bar{U} по отношению к среде и вычисляется скорость диффузии через пограничный слой, т. е. предполагается, что \bar{U} соответствует большим числам Re . Сомнительно, чтобы выведенная автором формула для скорости испарения капли имела какое-нибудь практическое значение.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. C. Maxwell. Collected Scientific Papers, Cambridge, II, 625 (1890).
2. В. Срезневский. ЖРФХО, 14, 420, 483 (1882).
3. R. Nestle. Z. Physik, 77, 174 (1932).
4. J. Stefan. Wien. Ber., 83, 943 (1881).
5. L. Facy. Arch. Meteor. Geophys. Bioklim., 8A, 229 (1955).
6. Handbuch der Physik, Berlin, 12, 462 (1927).
7. I. Langmuir. J. Amer. Chem. Soc., 37, 426 (1915).
8. K. Schäfer. Z. Physik, 77, 198 (1932).
9. P. Welander. Arkiv f. Fysik, 7, 507 (1954).
10. П. П. Лазарев. Annal. Physik, 37, 233 (1912).
11. Н. Фукс. ЖЭТФ, 4, вып. 7 (1934).
12. S. Weber. Kgl. Danske Videnske Selsk. Medd., 19, 11 (1942).
13. K. Schäfer, W. Rating, A. Eucken. «Annal. Physik», 42, 176 (1942).
14. S. Chapman, T. Cowling. The Mathematical Theory of non-uniform Gases, Cambridge (1939).
15. L. Monchik, H. Reiss. J. Chem. Phys., 22, 831 (1954).
16. N. Frössling. Gerlands Beitr. Geophys., 52, 170 (1938).
17. H. Frisch, F. Collins. J. Chem. Phys., 20, 1797 (1952).
18. В. Шулейкин. Физика моря, изд. 3-е, Изд-во АН СССР, М., 768 (1953).
19. М. Тимофеев, М. Швец. Метеор. и Гидрол., № 2, 9 (1948).
20. R. S. Bradley. J. Coll. Sci., 10, 571 (1955).
21. B. G. Mason. Proc. Phys. Soc., 64B, 773 (1951).
22. Morse. Proc. Amer. Acad. Sci., 45, 363 (1910).
23. I. Langmuir. Phys. Rev., 12, 368 (1918).
24. Р. Уайтлоу-Грэй, Х. Паттерсон. Дым, Госхимиздат, М., стр. 149, (1934).
25. B. Topley, R. Whytlaw-Gray, Phil. Mag., 4, 873 (1927).
26. H. G. Houghton, Physics, 4, 419 (1933).
27. G. O. Langstroth, C. H. Diehl, E. J. Winhold. Canad. J. Research, 28A, 574 (1950).
28. G. D. Kinzer, R. Gunn. J. Meteor., 81, 71 (1951).

29. J. Hilsenrath, Y. S. Touloukian. Trans. Amer. Soc. Mech. Eng., 76, 967 (1954).
30. Е. Г. За́к. Ж. Геофиз., 6, 452, 466 (1936).
31. Б. В. Кирюхин. «Труды НИУ Гидрометсл.», сер. I, 7, стр. 35 (1945).
32. Н. П. Тверская. Изв. АН СССР, сер. геогр. геоф., 15, 74 (1951).
33. J. C. Johnson. J. Appl. Phys., 21, 22 (1950).
34. W. E. Ranz, W. R. Marshall. Chem. Eng. Progr., 48, 141, 173 (1952).
35. R. S. Bradley, M. G. Evans, R. W. Whytlaw-Gray. Proc. Roy. Soc., 186A, 368 (1946).
36. J. Birks, R. S. Bradley. Proc. Roy. Soc., 198A, 226 (1949).
37. R. S. Bradley, A. D. Shellard. Proc. Roy. Soc., 198A, 239 (1949).
38. R. S. Bradley. Proc. Roy. Soc., 205A, 553 (1951).
39. R. S. Bradley, G. C. Waghorn. Proc. Roy. Soc., 206A, 65 (1951).
40. Н. Гудрис, Л. Куликова. Z. Physik, 25, 121 (1924).
41. S. R. Fink, E. O. Powell. J. Hygiene, 40, 254 (1940).
42. Р. Уайтлоу-Грэй, Х. Паттерсон. Дым, Госхимиздат, М., стр. 146 (1934).
43. D. J. Woodland, E. Mack. J. Amer. Chem. Soc., 55, 3149 (1933).
44. J. L. Shereshefsky, S. Steckler. J. Chem. Phys., 4, 108 (1936).
45. J. L. Spier. Physica, 7, 381 (1940).
46. H. Schlichting. Grenzschicht-Theorie, Karlsruhe, 1951.
47. Сб.: Современное состояние гидроаэродинамики вязкой жидкости. ИЛ; М., 2, § 268 (1948).
48. Г. Кружилин. Techn. Phys. USSR, 2, 182, 311 (1936).
49. N. Frössling. Lunds Univ. Arsskrift N. F. Adv. 2, 36, N 4 (1940); Ztrbl. f. Mechanik, 10, 383 (1941).
50. Л. С. Лейбензон. Изв. АН СССР, сер. геогр. геоф., 3, 285 (1940).
51. М. Е. Швец. Информ. сб. № 1 Гидрометсл., стр. 37 (1951).
52. R. Kronig, J. Bruijsten, Appl. Scient. Research., 2A, 439 (1951).
53. H. Frisch. J. Chem. Phys., 22, 123 (1954).
54. H. F. Johnstone, D. K. Eades. Ind. Eng. Chem., 42, 2293 (1950).
55. Е. Старокадомская. ЖЭТФ, 3, 189 (1933).
56. В. Пьянков. ЖОХ, 19, 230 (1949).
57. Majama, Togino. Bull. Inst. Phys. Chem. Res. (Tokyo), 9, № 5, 46, 339 (1930).
58. V. Takahashi. Geophys. Mag. Japan, 10, 321 (1936).
59. N. T. Hsu, K. Sato, B. H. Sage. Ind. Eng. Chem., 46, 870 (1954).
60. Н. П. Тверская. Учен. зап. Лгрд. ун-та, сер. физ., 7, 241 (1949).
61. Н. П. Тверская. Изв. АН СССР, сер. геогр. геоф., 14, 164 (1950).
62. Н. П. Тверская. Изв. АН СССР, сер. геоф., 259 (1953).
63. А. П. Сокольский, Ф. А. Тимофеева. Сб.: Исследование процессов горения натурального топлива, Энергоиздат, М.—Л., стр. 182 (1948).

64. В. А. Федосеев, Д. И. Полищук, Ж. Техн. физ., 23, 223 (1953).
65. Л. Д. Берман. Ж. Техн. физ., 23, 1886 (1953).
66. D. W. van Krevelen, P. J. Hoftijzer. J. Soc. Chem. Ind., 68, 59 (1949).
67. R. D. Ingebo. Chem. Eng. Progr., 48, 403 (1952).
68. D. S. Maisel, T. K. Sherwood. Chem. Eng. Progr., 46, 131, 172 (1950).
69. Д. Н. Вырубов. Ж. Техн. физ., 9, 1923 (1939),
70. Д. И. Ляховский. Ж. Техн. физ., 10, 999 (1940).
71. H. Kramers, Physica, 12, 61 (1946).
72. G. A. E. Godsave. 4-th Intern. Sympos. on Combustion (1953).
73. W. Hasen. Rev. Scientif. Instr., 13, 247 (1942).
74. E. O. Barrett, L. S. Germain. Rev. Scientif. Instr., 18, 84 (1947).
75. Д. Н. Вырубов. Сб.: Рабочие процессы двигателей внутреннего сгорания и их агрегатов, Машгиз, стр. 5, 1946.
76. J. E. C. Torps. J. Inst. Petrol., 37, 535 (1951).
77. R. Gunn. J. Meteor., 6, 243 (1949).
78. G. Luchak, G. O. Langstroth. Canad. J. Research., 28A, 574 (1950).
79. F. C. Frank. Proc. Roy. Soc., 201A, 586 (1950).
80. H. L. Frisch, F. C. Collins. J. Chem. Phys., 21, 2158 (1953).
81. X. C. Карслоу. Теория теплопроводности. Гостехиздат, М.—Л., стр. 56 (1947).
82. X. C. Карслоу. Теория теплопроводности, Гостехиздат, М.—Л., стр. 200 (1947).
83. H. Reiss, V. Lamer. J. Chem. Phys., 18, 1 (1950).
84. H. Reiss. J. Chem. Phys., 19, 482 (1951).
85. А. С. Духин. Доклад на коллоквиуме в лаборатории поверхностных явлений Ин-та физич. химии АН СССР 18 января 1956 г.
86. Н. Фукс. Механика аэрозольей, Изд. АН СССР, М., § 45 (1955).
87. E. G. Richardson. Gener. Discuss. on Heat Transfer, Inst. Mech. Eng., 66 (1951).
88. H. L. Frisch. J. Meteor., 11, 270 (1954).

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
Важнейшие обозначения	8
 Г л а в а I. Квазистационарное испарение и рост капель, неподвижных по отношению к среде	
§ 1. Формула Максвелла	9
§ 2. Влияние стефановского течения на скорость испарения . .	13
§ 3. Испарение капель в сосуде с поглощающими стенками . .	14
§ 4. Испарение несферических капель	15
§ 5. Влияние скачка концентрации у поверхности капли на скорость испарения	17
§ 6. Понижение температуры свободных испаряющихся капель . .	21
§ 7. Понижение температуры подвешенных испаряющихся капель	26
§ 8. Опытные данные по испарению неподвижных капель. Опыты с закрепленными каплями при $r \gg l$	29
§ 9. Опыты с закрепленными каплями при $r \approx l$	42
§ 10. Опыты со свободными каплями	45
 Г л а в а II. Квазистационарное испарение и рост капель, движущихся по отношению к среде	
§ 11. Теория	53
§ 12. Опыты с закрепленными каплями в потоке	62
§ 13. Опыты со свободно падающими каплями	74
 Г л а в а III. Нестационарное испарение и рост капель	
§ 14. Нестационарное испарение капель, неподвижных по отношению к среде	79
§ 15. Нестационарное испарение движущихся капель	85
Литература	88

Николай Альбертович Фукс
Испарение и рост капель
в газообразной среде

Утверждено к печати
Всесоюзным институтом научной
и технической информации

Редактор издательства *К. П. Гуров*
Технический редактор *С. Г. Маркович*

РИСО АН СССР № Сдано в набор 6/1 58 г.
Подписано к печати 20/V 58 г.
Формат 60×92¹/₁₆, 5,75 печ. л.
Уч.-издат. л. 4,1. Тираж 3000 экз. Т-05037
Изд. № 2954. Тип. зак. № 121
Цена 2 руб. 45 коп.

Издательство Академии наук СССР
Москва Б-64, Подсосенский пер., 21

2-я типография Издательства АН СССР
Москва Г-99, Шубинский пер., 10

ИСПРАВЛЕНИЯ И ОПЕЧАТКИ

Стр.	Строка	Напечатано	Должно быть
5	8 стр.	ион	ионах
15	2 св.	(1. 17)	(1.18)
24	12 св.	T	\bar{T}
29	3 св.	T^0	T_0^0
32	9 стр.	0,824	0,0824
33	10 стр.	T_∞'	T_0'
69	10 стр.	16	13
69	Подпись к рис. 14	Маршалл). Пунктиром показан график для водяных капель	Маршалл).
82	10 стр.	\gg	$\theta \gg$
83	2 св.	\int $\frac{p-r}{2\sqrt{D}}$	\int $\frac{p-r}{2\sqrt{D\theta}}$

Н. А. Фукс